

ارائه مدل مداری برای ساختارهای مبتنی بر موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک و کاربرد آن در بررسی رفتار سیگنال‌های نوری در حوزه فرکانس و حوزه زمان

زهرا احمدپناه^۱، مهدی میری^۲
دانشگاه شیراز، z.ahmadpanah@shirazu.ac.ir
دانشگاه شیراز، miri@shirazu.ac.ir

چکیده - در این پژوهش از مدارهای خط انتقال برای مدل‌سازی ساختارهای مبتنی بر موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک استفاده شده است. پارامترهای مدار معادل براساس مشخصات نوری ساختار استخراج شده است. استفاده از مدارهای معادل زمان و حجم محاسبات را (در مقایسه با روش‌های تمام عددی) به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. برای بررسی دقت مدل‌های ارائه شده ابتدا مسئله انتقال نور از یک ساختار موجبری دارای ناپیوستگی بررسی شده که نتایج محاسبات حوزه فرکانس دقت مدل پیشنهادی را اثبات می‌کند. مدار معادل علاوه بر اطلاعات مربوط به دامنه موج، دسترسی به اطلاعات فاز را نیز امکان‌پذیر می‌کند و بر این اساس می‌توان از آن برای بررسی رفتار زمانی سیگنال‌ها در ساختار هایبرید-پلاسمونیک استفاده کرد. به عنوان یک مثال از این کاربرد، عملکرد مشتق‌گیری نوری در یک فیلتر حذف-اضافه با استفاده از مدل مداری بررسی شده است که نتایج به دست آمده از آن با شبیه‌سازی عددی همخوانی بسیار نزدیکی دارد. با توجه به مثال‌های بررسی شده، مدل مداری پیشنهادی در بررسی ساختارهای هایبرید-پلاسمونیک هم در حوزه زمان و هم در حوزه فرکانس از دقت خوبی برخوردار است.

کلیدواژه- تئوری خطوط انتقال، فیلتر حذف-اضافه، مدل‌سازی مداری، مشتق‌گیر نوری، موجبر هایبرید-پلاسمونیک

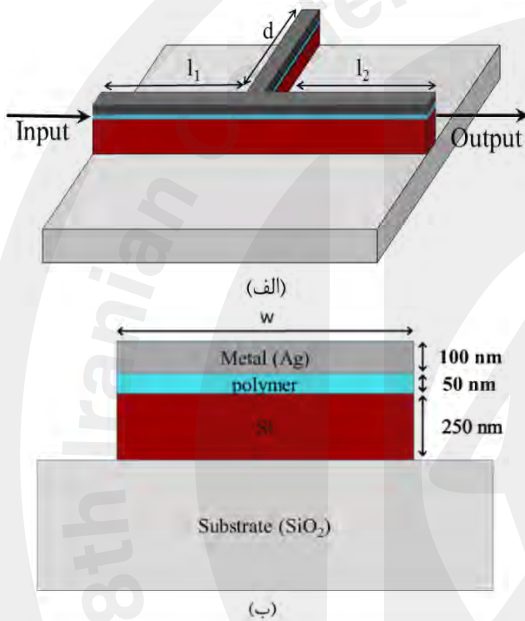
استاب تزویج شده ارائه کردند [۱۱]. این مدل اجازه می‌دهد تا یک شبکه معادل برای هندسه‌های مختلف موجبر فلز-عایق-فلز ایجاد شده و طیف انتقال نوری آن‌ها با استفاده از ابزارهای قدرتمند تئوری خط انتقال محاسبه شود. هم‌چنین در سال ۲۰۱۶ شن و همکاران از مدل خط انتقال برای محاسبه ضریب انتقال یک ساختار موجبر پلاسمونیک دوبعدی با یک استاب استفاده کردند [۷]. انطباق خوب نتایج مدل ارائه شده با نتایج حاصل از شبیه‌سازی روش تفاضل متناهی در حوزه زمان (FDTD) نشان می‌دهد که این مدل تحلیلی برای طراحی سریع و بهینه ادوات فوتونیک فشرده مبتنی بر موجبر فلز-عایق-فلز مناسب است.

دسته دیگری از موجبرهای پلاسمونیک، موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک هستند که در آن‌ها یک لایه عایق با ضریب دی‌الکتریک نسبتاً پایین (مثلاً اکسید سیلیکون) به ضخامت چند ده نانومتر بین یک لایه سیلیکون و یک فلز قرار گرفته است. این چیدمان سه لایه می‌تواند به صورت افقی و یا عمودی پیاده‌سازی شود که در این صورت مود نوری غالب آن به ترتیب مودی با قطبش میدان الکتریکی (TE) و یا میدان مغناطیسی (TM) خواهد بود [۱۶]. موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک علاوه بر مزایای ساختارهای پلاسمونیک دو بعدی تلفات انتقال کم‌تری دارند [۱۶، ۱۷]، با فناوری CMOS سازگار بوده و

۱- مقدمه

استفاده از ساختارهای پلاسمونیک به عنوان راه حلی برای کاهش ابعاد و بهبود مشخصات ادوات فوتونیک رو به گسترش است [۱]. با توجه به این که ادوات پلاسمونیک دارای جزئیاتی با ابعاد کوچک‌تر از طول موج هستند، استفاده از روش‌های عددی دقیق برای آنالیز این ادوات زمان‌بر و نیازمند استفاده از امکانات محاسباتی پیشرفته است. بنابراین روش‌های تحلیلی و نیمه‌تحلیلی به اندازه کافی دقیق، برای آنالیز چنین ادواتی می‌تواند بسیار مفید باشد [۲]. از طرف دیگر یکی از دستاوردهای مهم تئوری شبکه‌های مایکروویو، مدل‌سازی انتشار امواج الکترومغناطیسی با استفاده از خطوط انتقال است [۳]. از جمله مشخصات ساختارهای پلاسمونیک که در مدل‌سازی و ارائه روش‌های نیمه تحلیلی برای مطالعه این ساختارها بسیار کارساز است، مطابقت مدل‌های مبتنی بر خطوط انتقال با ساختارهای پلاسمونیک است. پژوهش‌های بسیاری در زمینه مدل‌سازی امپدانس مشخصه موجبرهای پلاسمونیک [۲، ۴]، موجبرهای شامل ناپیوستگی، مانند استاب (Stub)، خم [۳] و تزویج بین موجبر و رزوناتورها [۵-۱۲] انجام شده است. در سال ۲۰۱۰ محققان مدل تحلیلی بهبود یافته‌ای را برای بررسی انتقال موج در یک موجبر فلز-عایق-فلز با تعدادی

این ساختار از موجبر با چیدمان عمودی استفاده شده که مود نوری غالب آن مود TM است. ضخامت لایه‌های سیلیکون و فلز (نقره) به ترتیب 250nm و 100nm در نظر گرفته شده و ضخامت لایه دی‌اکتریک که یک ماده پلیمری با ضریب شکست 1.6 است برابر با 50nm فرض شده است. ساختار بر روی یک ویفر سیلیکون-بر روی-عایق (SOI) با ضخامت اکسید سیلیکون 3μm پیاده سازی شده و عرض موجبر برابر $w = 250\text{nm}$ در نظر گرفته شده است. این ابعاد به صورتی انتخاب شده‌اند که موجبر در محدوده طول موج 1.4-1.7μm تنها یک مود انتشاری (با قطبش TM) داشته باشد.



شکل ۱: (الف) نمای سه بعدی ساختار موجبر هایبرید-پلاسمونیک با یک استاب (ب) سطح مقطع موجبر و ترتیب قرارگیری لایه‌ها.

ساختار شکل ۱-الف را می‌توان با مدار خط انتقال نشان داده شده در شکل ۲ مدل کرد. در این مدار معادل پارامترهای Z_0 و β به ترتیب نشان دهنده‌ی امپدانس مشخصه‌ی خط انتقال (موجبر هایبرید-پلاسمونیک)، امپدانس معادل استاب و ثابت انتشار در موجبر است. امپدانس Z در خروجی مدار (در سمت چپ مدار)، درگاه خروجی ساختار شکل ۱-الف را مدل می‌کند. دو موجبر ورودی و خروجی ساختار با دو خط انتقال با طول مشابه (به ترتیب l_1 و l_2) مدل شده‌اند و ضریب انتقال از نسبت ولتاژ مقاومت خروجی (مقاومت Z در سمت چپ مدار) به ولتاژ ورودی محاسبه می‌شود. در محاسبات این مقاله ما تمام امپدانس‌ها را به امپدانس مشخصه خط انتقال (موجبر هایبرید-پلاسمونیک) به‌هنجار کرده و امپدانس مشخصه خط انتقال را برابر واحد در نظر می‌گیریم. این عمل تاثیری بر نتایج به‌دست آمده برای طیف انتقال نخواهد داشت چون در تمام معادلات نسبت امپدانس‌ها ظاهر خواهد شد. هم‌چنین ثابت انتشار خط انتقال (β)

قابلیت مجتمع سازی با مدارهای الکترونیکی CMOS را دارند [۱۶] و هم‌چنین به دلیل سه بعدی بودن، نوع عملی ساختارهای پلاسمونیک به شمار می‌روند. از موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک تا کنون برای پیاده‌سازی انواع مختلف ادوات فعال و غیرفعال نوری نظیر فیلتر [۱۸]، قطبشگر [۱۹] و مدولاتور نوری [۱۸] استفاده شده است. همان‌طور که اشاره شد تمام مدل‌های مداری ارائه شده برای ساختارهای پلاسمونیک به ساختارهای دو بعدی که در یک راستا نامحدود فرض می‌شوند (و از این حیث غیر واقعی و غیر عملی هستند) محدود شده و تاکنون مدل مداری برای تحلیل و طراحی ساختارهای مبتنی بر موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک ارائه نشده است.

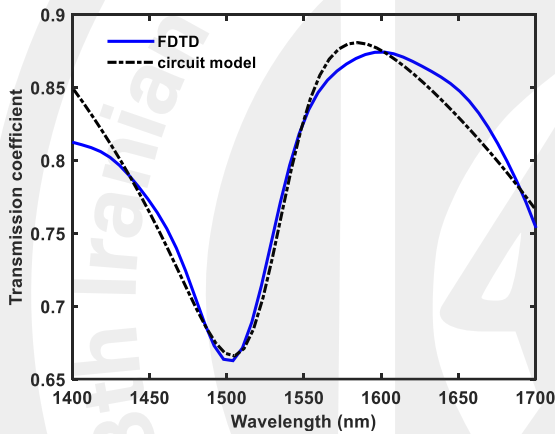
در این مقاله به مدل‌سازی نمونه‌هایی از ساختارهای موجبر هایبرید پلاسمونیک می‌پردازیم. مقایسه نتایج به‌دست آمده از مدل‌سازی و شبیه‌سازی‌های سه بعدی با روش FDTD نشان می‌دهد که با استفاده از مدل خط انتقال می‌توان به نتایجی با دقت قابل قبول در توصیف رفتار حوزه فرکانس و رفتار زمانی این ساختارها دست یافت. ابتدا به مدل‌سازی موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک دارای ناپیوستگی به صورت استاب می‌پردازیم و سپس یک ساختار فیلتر حذف-اضافه حلقوی را با استفاده از مدل خط انتقال بررسی خواهیم کرد. در این مدل تلفات نوری رزوناتور را هم لحاظ کرده‌ایم. در نظر گرفتن اثر تلفات نوری رزوناتور باعث افزایش دقت مدار معادل و تطبیق بیشتر نتایج با شبیه‌سازی‌های FDTD می‌شود. پارامترهای مدار معادل از مشخصات نوری ساختار استخراج می‌شود. در نتیجه برای ساختارهای یکسان با پارامترهای متفاوت (مانند ابعاد ساختار) نیاز به مدل‌های متفاوت داریم. اما از طرف دیگر این امر بیان‌کننده‌ی دقت نتایج تئوری است. از آن‌جا که مدل خط انتقال ارائه شده هم اطلاعات دامنه و هم اطلاعات فاز امواج منتشر شده در ساختار را به دست می‌دهد می‌توان رفتار ساختارهای هایبرید-پلاسمونیک را هم در حوزه زمان و هم در حوزه فرکانس بررسی کرد. برای نشان دادن این قابلیت مدل خط انتقال در بخش سوم عملکرد ساختار حذف-اضافه به عنوان مشتق‌گیر بررسی و نتایج آن با روش FDTD مقایسه شده که نتایج به خوبی بر هم منطبق است. در نهایت خلاصه نتایج این مقاله در بخش چهارم ارائه شده است.

۲- استفاده از مدل‌سازی خط انتقال در بررسی موجبر هایبرید پلاسمونیک دارای استاب

شکل ۱-الف ساختار یک موجبر هایبرید پلاسمونیک با یک استاب و شکل ۱-ب نمایی از سطح مقطع موجبر را نشان می‌دهد. در

حذف-اضافه هایبرید-پلاسمونیک با استفاده از مدل خط انتقال

نمای سه بعدی یک فیلتر حذف-اضافه نوری در شکل ۴-الف دیده می‌شود. در چنین ساختاری نسبت میدان درگاه خروجی مستقیم (throughput) به میدان ورودی؛ E_{th}/E_{in} و نسبت میدان درگاه خروجی حذف (drop) به میدان ورودی؛ E_{dr}/E_{in} در حوالی هر کدام از فرکانس‌های روزنانس ساختار به ترتیب متناسب با $E_{th}/E_{in} \approx (\omega - \omega_0)^n$ و $E_{dr}/E_{in} \approx (\omega - \omega_0)^m$ خواهد بود. از مقایسه این دو نسبت با تابع انتقال سیستم‌های مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر زمانی به این نتیجه می‌رسیم که خروجی درگاه مستقیم و درگاه حذف یک فیلتر حذف-اضافه در واقع به ترتیب مشتق زمانی مرتبه n-ام و انتگرال زمانی مرتبه m-ام سیگنال درگاه ورودی است [۲۱، ۲۲].

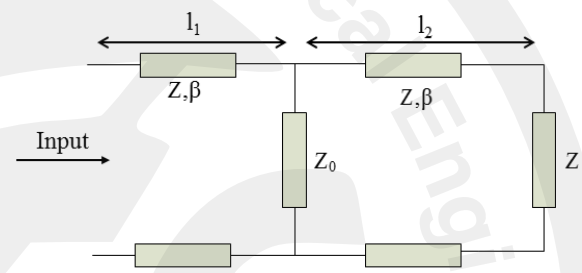


شکل ۳: طیف انتقال حاصل از شبیه‌سازی FDTD و مدل سازی مداری برای ساختار شکل ۱-الف.

از این رفتار ساختار حذف-اضافه برای پیاده‌سازی مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر نوری با استفاده از ساختارهای مبتنی بر موجبرهای سیلیکونی استفاده شده است [۲۲]. استفاده از موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک به دلیل تمرکز بالای نور در ناحیه مرکزی این موجبرها می‌تواند به طراحی ساختارهای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر با ابعاد بسیار کوچک و پهنای باند نسبتاً وسیع منجر شود. بر همین اساس کریمی و همکاران در سال ۲۰۱۸ طراحی یک مشتق‌گیر نوری مرتبه کسری با استفاده از فیلتر حذف-اضافه مبتنی بر موجبر هایبرید-پلاسمونیک ارائه کردند [۲۱]. سیستم‌های مرتبه کسری، سیستم‌هایی هستند که دینامیک آنها با معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری (مشتق و انتگرال مرتبه کسری) توصیف شده و در بررسی ساختارهای فیزیکی، بیولوژیکی و سیستم‌های آشوبناک مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲۳]. در ساختار مرجع [۲۱] شعاع میکروحلقه در حدود $1.2 \mu\text{m}$ بوده و نشان داده شده است که با طراحی ناحیه تزویج بین موجبر و میکرو-حلقه می‌توان هم مشتق مرتبه کسری و هم مشتق مرتبه کامل را

همان ثابت انتشار موجبر هایبرید-پلاسمونیک در نظر گرفته شده که از شبیه‌سازی FDTD محاسبه می‌شود. برای این که در حوالی طول موج $1.55 \mu\text{m}$ یک مینیمم در طیف انتقال ظاهر شود طول استاب در ساختار شکل ۱-الف برابر 775nm در نظر گرفته شده است (برای اینکه وجود استاب یک مینیمم در خروجی ساختار در طول موج دلخواه λ_0 ایجاد کند باید رابطه $\text{Re}\{\beta d\} + \phi = m\pi$ در این طول موج برقرار باشد که در این رابطه d طول استاب و ϕ تغییر فاز موج بازتاب شده از انتهای استاب است). امپدانس معادل استاب (Z_0) از رابطه (۱) به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$Z_0 = Z \frac{Z_l + iz \tan(\beta d)}{z + iz_l \tan(\beta d)} \quad (1)$$



شکل ۲: مدل مداری ارائه شده برای ساختار هایبرید-پلاسمونیک شکل ۱.

در رابطه (۱)، Z_l امپدانس یک موجبر هایبرید-پلاسمونیک قطع شده (خط انتقال مدار باز) است که از شبیه‌سازی FDTD یک موجبر قطع شده و محاسبه ضریب بازتابش آن Γ_{FDTD} به دست می‌آید:

$$\frac{Z_l}{Z} = \frac{\Gamma_{FDTD} - 1}{\Gamma_{FDTD} + 1} \quad (2)$$

با مشخص شدن همه پارامترهای مدل خط انتقال شکل ۲، ضریب انتقال این ساختار به صورت زیر قابل محاسبه است [۲۰]:

$$T = \frac{2Z_0}{2Z_0 + Z} e^{-j\beta(l_1 + l_2)} \quad (3)$$

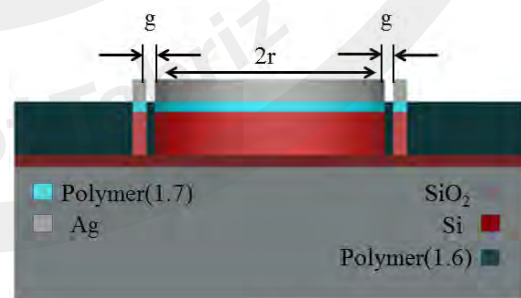
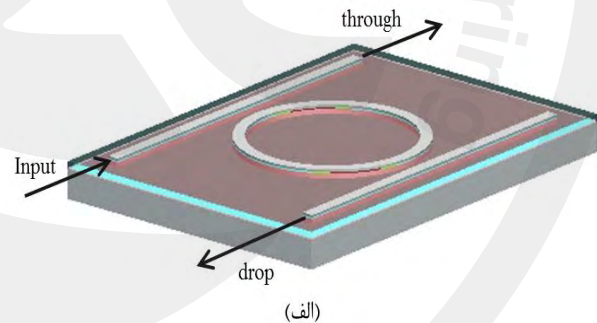
نتایج به دست آمده برای ضریب انتقال بر اساس مدل خط انتقال (معادله (۳)) در شکل ۳ با نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی FDTD مقایسه شده است. طبق این شکل مدل خط انتقال طول موج وقوع مینیمم در طیف انتقال را به دقت پیش‌بینی نموده و دو نمودار در محدوده طول موج $1.4 - 1.7 \mu\text{m}$ انطباق خوبی دارند. مدل خط انتقال ارائه شده ضمن برخورداری از دقت بالا، در مقایسه با روش‌های تمام عددی نظیر FDTD و المان‌های محدود (FEM) زمان شبیه‌سازی بسیار کم‌تری دارد. علاوه بر این نقطه قوت اصلی استفاده از مدل سازی مداری فراهم شدن امکان طراحی ادوات نوری با استفاده از تئوری خط انتقال است. در بخش بعد از این مدل برای بررسی رفتار زمانی پالس‌های نوری در ساختار فیلتر حذف-اضافه می‌پردازیم.

۳- بررسی رفتار زمانی پالس‌های نوری در ساختار فیلتر

فرم چیدمان سری و یا موازی یک مقاومت الکتریکی R ، یک خازن C و یک سلف L نمایش داد. رزوناتور میکرو-حلقه داده شده در شکل ۴ با پارامترهای هندسی ذکر شده یک مود در طول موج $\lambda_0 = 1.55\mu\text{m}$ با ضریب کیفیت $Q = 205$ دارد. ما از یک مدل RLC موازی برای رزوناتور میکرو-حلقه استفاده می‌کنیم که با مساوی گرفتن مقاومت معادل رزوناتور با امپدانس مشخصه خط انتقال؛ $R=Z=1\Omega$ ، مقدار خازن و سلف معادل آن به ترتیب به صورت؛ $C = 1.6713 \times 10^{-13} \text{ F}$ و $L = 4.0159 \times 10^{-18} \text{ H}$ محاسبه می‌شود. انتقال موج از درگاه ورودی به هر یک از درگاه‌های خروجی مستقیم و یا حذف را می‌توان با مدار معادل شکل ۵-الف مدل‌سازی کرد. پیش از این برای مدل‌سازی ساختار فیلتر حذف-اضافه مبتنی بر موجبرهای سیلیکونی مدار معادلی مشابه شکل ۵ استفاده شده که در مدل‌سازی رزوناتور اثر تلفات نوری رزوناتور میکرو-حلقه لحاظ نشده است [۲۴]. در این مقاله کاربرد این مدار معادل به مدل‌سازی موجبرهای هایبرید-پلاسمونیک تعمیم داده شده است. به علاوه در مدل حاضر تلفات نوری رزوناتور با یک مقاومت الکتریکی مدل شده که در مدار معادل با R نشان داده شده است. در نظر گرفتن اثر تلفات نوری رزوناتور باعث افزایش دقت مدار معادل و تطبیق بیشتر نتایج با شبیه‌سازی‌های FDTD می‌شود. در این مدار معادل بخش‌های خط انتقال که با امپدانس مشخصه و ثابت انتشار Z و β مشخص شده‌اند، موجبرهای ورودی و خروجی را (در خارج از ناحیه تزویج) مدل‌سازی می‌کنند. مدار RLC موازی، مدار معادل رزوناتور میکرو-حلقه است و امپدانس‌های X_0 و X_1 به ترتیب تزویج موج بین موجبرهای ورودی و خروجی و رزوناتور میکرو-حلقه را مدل می‌کنند. امپدانس‌های X در واقع مبدل‌های (ترانسفورمرهای) خازنی به فرم شکل ۵-ب هستند و از آنجا که فاصله بین موجبر بالا و پائین با رزوناتور میکرو-حلقه در ساختار پیشنهادی یکسان است، $X_1 = X_0$

برای محاسبه امپدانس X_0 ، به ترتیب نسبت E_{th}/E_{in} و E_{dr}/E_{in} به‌دست آمده از تئوری تزویج مود (Coupled mode theory) را با ضرایب انتقال به‌دست آمده از مدل خط انتقال (مدار معادل شکل ۵-الف) برابر قرار می‌دهیم. در این صورت امپدانس X_0 برحسب ضریب تزویج بین موجبر و رزوناتور؛ κ قابل محاسبه است. ضریب تزویج κ را می‌توان با استفاده از فرمول ارائه شده در مرجع [۲۵] محاسبه کرد. براساس این محاسبات امپدانس X_0 در مدار معادل انتقال نور از درگاه ورودی به خروجی مستقیم و خروجی حذف به ترتیب برابر $X_{0,th} = -1 + 0.08i$ و $X_{0,dr} = -0.95 + 0.03i$ به‌دست آمده است. لازم به ذکر است که X_0 تابع فرکانس بوده و مقادیر ذکر شده در بالا مربوط به فرکانس روزنانس ساختار یعنی $\omega_0 = 1.21 \times 10^{15} \text{ rad/sec}$ هستند.

پیاده‌سازی کرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهد که این مشتق‌گیر، پهنای باند 3dB قابل ملاحظه‌ای به اندازه‌ی 20nm دارد و با تنظیم پارامترهای هندسی آن، مرتبه مشتق‌گیری و پهنای باند آن به ترتیب در بازه‌ی 1-0.6 n و 14-20nm قابل تنظیم است. این ویژگی‌ها ساختار مشتق‌گیر هایبرید-پلاسمونیک را به گزینه‌ای مناسب برای پردازش پالس‌های نوری بسیار کوتاه تبدیل می‌کند. اما شبیه‌سازی این ساختارها با روش‌های تمام عددی بسیار زمان‌بر بوده و نیازمند امکانات کامپیوتری پیشرفته (کامپیوترهای دارای پردازنده قوی و حجم حافظه RAM زیاد) است. از این رو ارائه یک مدل خط انتقال برای معادل‌سازی آن‌ها دارای اهمیت است. در ادامه ابتدا به ارائه یک مدار معادل خط انتقال برای ساختار حذف-اضافه هایبرید-پلاسمونیک می‌پردازیم و سپس نشان می‌دهیم که مدل ارائه شده قادر به پیش‌بینی رفتار پالس‌های نوری در گذر از ساختار حذف-اضافه است. ساختار فیلتر حذف-اضافه شکل ۴-الف را در نظر بگیرید. پارامترهای هندسی و جنس مواد سازنده این ساختار در نمای سطح مقطع نشان داده شده در شکل ۴-ب دیده می‌شود. در این ساختار شعاع میکرو-حلقه برابر $r = 1.48\mu\text{m}$ ، عرض موجبرها (موجبرهای ورودی و خروجی و موجبر سازنده میکرو-حلقه) برابر $w = 200\text{nm}$ و فاصله بین موجبر و میکرو-حلقه برابر $g = 100\text{nm}$ در نظر گرفته شده است.



(ب)

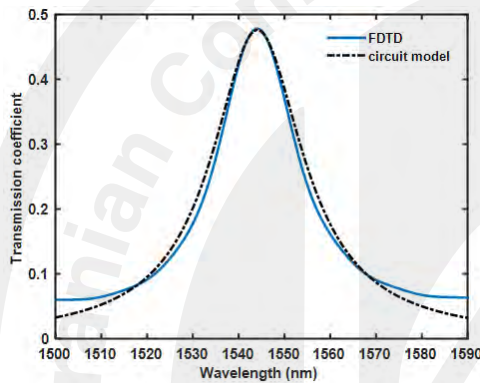
شکل ۴: (الف) نمای کلی فیلتر حذف-اضافه با ساختار هایبرید-پلاسمونیک (ب) نمای سطح مقطع ساختار همراه با معرفی پارامترهای هندسی و مواد سازنده آن.

هر رزوناتور نوری و از جمله رزوناتور میکرو-حلقه را می‌توان در نزدیکی هر فرکانس روزنانس خود با یک مدار روزنانس الکتریکی به

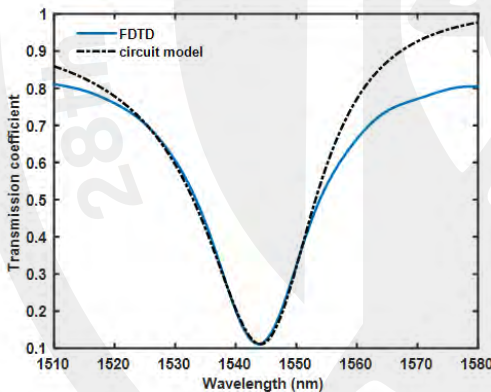
استفاده کرد. برای بررسی عملکرد این ساختار به عنوان مشتق‌گیر نوری یک پالس نوری دارای توزیع گوسی با فرکانس مرکزی 194.155THz و پهنای زمانی 0.4ps به درگاه ورودی ساختار شکل ۴-الف اعمال کرده و توزیع زمانی موج رسیده به درگاه خروجی مستقیم؛ $|E_{th}(t)|$ ، را با استفاده از مدل خط انتقال به صورت زیر محاسبه کرده و در شکل ۷-الف ترسیم نموده‌ایم.

$$|E_{th}(t)| = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [S_{11} E_{in}(\omega) \exp(-j\omega t)] d\omega \right| \quad (۶)$$

در این معادله S_{11} ضریب انتقال محاسبه شده از روش مدار معادل خط انتقال شکل ۵ و $E_{in}(\omega)$ تبدیل فوریه پالس زمانی اعمال شده به ورودی است.



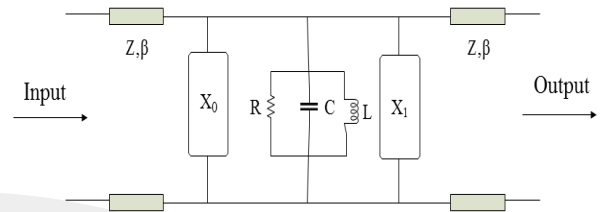
(الف)



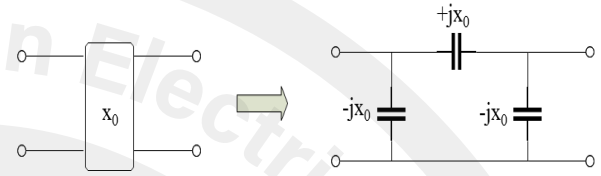
(ب)

شکل ۶: طیف انتقال حاصل از شبیه‌سازی FDTD و حاصل از مدار معادل برای فیلتر حذف-اضافه هایبرید-پلاسمونیک برای (الف) درگاه خروجی حذف $|S_{21}|^2$ (ب) درگاه خروجی مستقیم $|S_{11}|^2$

به منظور مقایسه دقت مدل مداری، نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی به روش FDTD نیز در شکل ۷ رسم شده که دقت مدل ارائه شده را تأیید می‌کند. برای بررسی دقیق‌تر عملکرد مشتق‌گیر فاز ضریب انتقال S_{11} نیز در داخل شکل ۷ ترسیم شده است. تغییر فاز S_{11} در حوالی فرکانس روزنانس؛ $\Delta\phi$ ، مرتبه مشتق‌گیری ساختار را به صورت حوالی فرکانس روزنانس می‌کند [۲۳]. براساس تغییر فاز ترسیم شده در شکل ۷ مرتبه مشتق‌گیری این ساختار 0.203 است. یک روش دیگر تعیین مرتبه مشتق‌گیری یک سیستم، نسبت قله‌های مشاهده شده در



(الف)



(ب)

شکل ۵: مدل مداری ساختار فیلتر حذف-اضافه هایبرید-پلاسمونیک (ب) امپدانس معادل فرآیند توزیع بین موجبرهای ورودی و خروجی و روزناتور میکرو-حلقه.

با توجه به مدل مداری ارائه شده در شکل ۵، نسبت میدان‌های درگاه حذف به درگاه ورودی؛ $S_{21} = E_{dr}/E_{in}$ و درگاه خروجی مستقیم به درگاه ورودی؛ $S_{11} = E_{th}/E_{in}$ ، به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$S_{21} = 2 / \left(-4j - \frac{2jX_0^2}{Z_s Z} \right) (\sin \beta l \cos \beta l) + \left(2 + \frac{X_0^2}{Z_s Z} \right) (\sin^2 \beta l - \cos^2 \beta l) \quad (۴-الف)$$

$$S_{11} = \frac{1}{Z_s} / \left(2X_0^2 + \frac{1}{Z_s} \right) \quad (۴-ب)$$

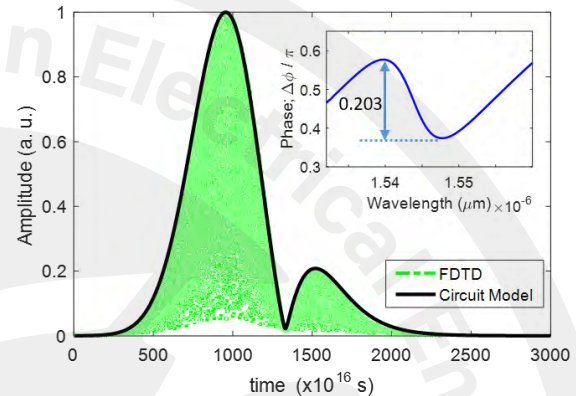
در این فرمول‌ها Z_s امپدانس مدار RLC (مدار معادل روزناتور میکرو-حلقه) است که به فرم زیر محاسبه می‌شود:

$$Z_s = \frac{RLj\omega}{R + Lj\omega - RLC\omega^2} \quad (۵)$$

ضریب انتقال توان از درگاه ورودی به درگاه خروجی حذف؛ $|S_{21}|^2 = |E_{dr}/E_{in}|^2$ و درگاه خروجی مستقیم؛ $|S_{11}|^2 = |E_{th}/E_{in}|^2$ ، با استفاده از فرمولهای (۴) محاسبه و به ترتیب در شکل‌های ۶-الف و ۶-ب ترسیم شده‌اند. نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی با روش FDTD نیز در این شکل‌ها ارائه شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود نتایج به‌دست آمده از مدل خط انتقال با نتایج روش FDTD همخوانی بسیار زیادی به خصوص در حوالی طول موج روزنانس ساختار دارند و این شکل‌ها دقت روش مدل‌سازی مداری را تأیید می‌کنند. با فاصله گرفتن از طول موج روزنانس اختلاف بین نمودارهای FDTD و نتایج خط انتقال بیشتر می‌شود اما برای خروجی درگاه‌های مستقیم و حذف دو نمودار به ترتیب در بازه طول موج حدود 30nm و 50nm در اطراف محل روزنانس همخوانی دارند. در بسیاری از کاربردهای و از جمله پردازش پالس‌های نوری، پهنای باند سیگنال ورودی بسیار کوچک‌تر از مقادیر ذکر شده در بالاست. در نتیجه می‌توان از مدل مداری ارائه شده برای فیلترهای حذف-اضافه مورد استفاده در این کاربردها

- IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, Vol. 14, No. 6, pp. 1462-1472, 2008.
- [4] F. D. Nunes and J. Weiner, "Equivalent circuits and nanoplasmonics" *IEEE Transactions on Nanotechnology*, Vol. 8, No. 3, pp. 298-302, 2008.
- [5] D. Li and E. Li, "Impedance calculation and equivalent circuits for metal-insulator-metal plasmonic waveguide geometries" *Optics letters*, Vol. 38, No. 17, pp. 3384-3386, 2013.
- [6] S. Naghizadeh and Ş. E. Kocabaş, "Guidelines for designing 2D and 3D plasmonic stub resonators" *JOSA B*, Vol. 34, No. 1, pp. 207-217, 2017.
- [7] X. Shen, Y. Wang, X. Yan, L. Yuan, and T. Sang, "Transmission characteristics and transmission line model of a metal-insulator-metal waveguide with a stub modified by cuts" *Applied optics*, Vol. 55, No. 23, pp. 6443-6446, 2016.
- [8] A. Amini, S. Aghili, S. Golmohammadi, and P. Gasemi, "Design of microelectromechanically tunable metal-insulator-metal plasmonic band-pass/stop filter based on slit waveguides" *Optics Communications*, Vol. 403, pp. 226-233, 2017.
- [9] M. Bahadori, A. Eshaghian, M. Rezaei, H. Hodaei, and K. Mehrany, "Coupled transmission line model for planar metal-dielectric-metal plasmonic structures: inclusion of the first non-principal mode" *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 49, No. 9, pp. 777-784, 2013.
- [10] Y. Matsuzaki, T. Okamoto, M. Haraguchi, M. Fukui, and M. Nakagaki, "Characteristics of gap plasmon waveguide with stub structures" *Optics Express*, Vol. 16, No. 21, pp. 16314-16325, 2008.
- [11] A. Pannipitiya, I. D. Rukhlenko, M. Premaratne, H. T. Hattori, and G. P. Agrawal, "Improved transmission model for metal-dielectric-metal plasmonic waveguides with stub structure" *Optics Express*, Vol. 18, No. 6, pp. 6191-6204, 2010.
- [12] J. Liu, G. Fang, H. Zhao, Y. Zhang, and S. Liu, "Surface plasmon reflector based on serial stub structure" *Optics express*, Vol. 17, No. 22, pp. 20134-20139, 2009.
- [13] Z. He, H. Li, S. Zhan, B. Li, Z. Chen, and H. Xu, " π -Network transmission line model for plasmonic waveguides with cavity structures" *Plasmonics*, Vol. 10, No. 6, pp. 1581-1585, 2015.
- [14] P. Dastmalchi and G. Veronis, "Plasmonic switches based on subwavelength cavity resonators" *JOSA B*, Vol. 33, No. 12, pp. 2486-2492, 2016.
- [15] M. Bahadori, A. Eshaghian, and K. Mehrany, "A circuit model for analysis of metal-insulator-metal plasmonic complementary split-ring resonators" *Journal of lightwave technology*, Vol. 32, No. 15, pp. 2659-2665, 2014.
- [16] D. Dai and S. He, "A silicon-based hybrid plasmonic waveguide with a metal cap for a nano-scale light confinement" *Optics express*, Vol. 17, No. 19, pp. 16646-16653, 2009.
- [17] R. F. Oulton, V. J. Sorger, D. Genov, D. Pile, and X. Zhang, "A hybrid plasmonic waveguide for subwavelength confinement and long-range propagation" *nature photonics*, Vol. 2, No. 8, pp. 496-500, 2008.
- [18] D. C. Zografopoulos, M. Swillam, and R. Beccherelli, "Hybrid plasmonic modulators and filters based on electromagnetically induced transparency" *IEEE Photonics Technology Letters*, Vol. 28, No. 7, pp. 818-821, 2016.
- [19] M. Alam, J. S. Aitchison, and M. Mojahedi, "Compact and silicon-on-insulator-compatible hybrid plasmonic TE-pass polarizer" *Optics letters*, Vol. 37, No. 1, pp. 55-57, 2012.
- [20] D. Pozar, "Microwave Engineering John Wiley & Sons Inc" pp. 188-193, 1998.
- [21] A. Karimi, A. Zarifkar, and M. Miri, "Subpicosecond flat-top pulse shaping using a hybrid plasmonic microring-based temporal differentiator" *JOSA B*, Vol. 36, No. 7, pp. 1738-1747, 2019.
- [22] S. Tan *et al.*, "High-order all-optical differential equation solver based on microring resonators" *Optics letters*, Vol. 38, No. 19, pp. 3735-3738, 2013.
- [23] A. Karimi, A. Zarifkar, and M. Miri, "Design of ultracompact tunable fractional-order temporal differentiators based on hybrid-plasmonic phase-shifted Bragg gratings" *Applied optics*, Vol. 57, No. 25, pp. 7402-7409, 2018.
- [24] V. Van, "Circuit-based method for synthesizing serially coupled microring filters" *Journal of lightwave technology*, Vol. 24, No. 7, p. 2912, 2006.
- [25] B. E. Little, S. T. Chu, H. A. Haus, J. Foresi, and J.-P. Laine, "Microring resonator channel dropping filters" *Journal of lightwave technology*, Vol. 15, No. 6, pp. 998-1005, 1997.

خروجی است (در یک سیستم با مرتبه واحد نسبت قله‌ها برابر یک خواهد بود) [۲۱]. با توجه به شکل ۷ مرتبه مشتق‌گیری سیستم براساس نسبت قله دوم به قله اول برابر 0.208 است که با نتایج به‌دست آمده براساس تغییر فاز همخوانی بسیار خوبی دارد. به این ترتیب مدل مداری ارائه شده علاوه بر محاسبه دامنه سیگنال‌های خروجی، در مورد فاز نیز اطلاعاتی با دقت قابل قبول ارائه می‌کند.



شکل ۷: مقایسه خروجی درگاه مستقیم که با مدل مداری محاسبه شده، با نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی FDTD.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مدل مداری برای بررسی ساختارهای مبتنی بر موجبر هایبرید-پلاسمونیک ارائه شد. مدل ارائه شده ضمن کاهش زمان محاسبات (در مقایسه با روش‌های عددی نظیر FDTD و یا FEM) از دقت خوبی برخوردار بوده و می‌توان از آن برای بررسی ساختارهای هایبرید-پلاسمونیک هم در حوزه زمان و هم در حوزه فرکانس استفاده کرد. برای سنجش اعتبار مدل ارائه شده ابتدا مسئله عبور نور از یک موجبر دارای ناپیوستگی، سپس عملکرد مشتق‌گیری نوری در یک فیلتر حذف-افزافه هایبرید-پلاسمونیک بررسی شد که در هر دو مورد نتایج مدل‌سازی با شبیه‌سازی‌های FDTD همخوانی بسیار خوبی داشت. با فاصله گرفتن از طول موج رزونانس اختلاف بین نمودارهای FDTD و نتایج خط انتقال بیشتر شد اما همان‌طور که گفته شد در بسیاری از کاربردها از جمله پردازش پالس‌های نوری، پهنای باند سیگنال ورودی بسیار کوچک است. در نتیجه می‌توان از مدل مداری ارائه شده برای فیلترهای حذف-افزافه مورد استفاده در این کاربردها استفاده کرد.

مراجع

- [1] R. G. Hunsperger, *Integrated optics*. Springer, 1995.
- [2] M. Rezaei, S. Jalali, M. Miri, A. Khavasi, A. P. Fard, Kh. Mehrany and B. Rashidian, "A distributed circuit model for side-coupled nanoplasmonic structures with metal-insulator-metal arrangement" *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, Vol. 18, No. 6, pp. 1692-1699, 2012.
- [3] S. E. Kocabas, G. Veronis, D. A. Miller, and S. Fan, "Transmission line and equivalent circuit models for plasmonic waveguide components"