

طراحی کدهای DLT ترکیبی برای شبکه‌های رله چند پرشی با استفاده از تجزیه چندجمله‌ای تصادفی

آمنه شکراله محسنی^۱، رضا اسودی*^۱ و سید علی قرشی^۱

آزمایشگاه هسته تحقیقاتی رادیوآگاه، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، r_asvadi@sbu.ac.ir

چکیده - در سالیان اخیر کدهای LT تجزیه شده (DLT) در شبکه‌های رله به همراه پاک‌شدگی در هر پرش اطلاعات به عنوان یک روش کارآمد جایگزین فن ارسال مجدد، به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. با این حال، تعداد پرش‌ها در این شبکه‌های رله تنها به دو پرش محدود می‌شود. در عمل برای انتقال اطلاعات در فواصل طولانی از شبکه‌های رله با بیش از دو پرش استفاده می‌شود. در این مقاله به منظور حصول قابلیت اطمینان در همه پرش‌ها، الگوریتمی برای تعمیم روش تجزیه چندجمله‌ای تصادفی توزیع درجه کدهای LT (Robust-Soliton) به منظور تولید کدهای DLT در شبکه‌های رله چندپرشی ارائه می‌شود. کارایی کدهای DLT ترکیبی (h-DLT) جدید از نظر هزینه ارسال و احتمال کدبرداری موفق مورد بررسی قرار گرفته است. مزایای کدهای h-DLT پیشنهادی در مقایسه با طرح‌های انتقال بدون نرخ قبلی با استفاده از شبیه‌سازی‌های طرح پیشنهادی تأیید می‌شوند. کلیدواژه- کدهای LT، کدهای DLT، توزیع درجه، کدهای h-DLT، شبکه رله مشارکتی.

شبکه‌های مخابراتی رله چندپرشی^۲ برای انتقال داده در فواصل طولانی استفاده می‌شوند. در [۳]-[۶]، کدگذاری متوالی در منبع و رله برای شبکه‌های مخابراتی رله دو پرشی به کار گرفته می‌شود، که در آن، رله‌ها بسته‌های کدشده LT دریافتی از منبع را بدون کدبرداری، مجدداً توسط کدهای LT کدگذاری می‌کنند. واضح است که در این روش کدگذاری، توزیع درجه دنباله بسته‌های دریافتی توسط مقصد، دیگر توزیع RS نیست و این موضوع موجب افزایش پیچیدگی کدبرداری در مقصد می‌شود. به منظور حفظ ویژگی سادگی کدبرداری در شبکه‌های مخابراتی رله دو پرشی، بدون از دست دادن قابلیت اطمینان مخابراتی در هر دو کانال، کدهای LT تجزیه شده (DLT^۳) در [۷] برای نخستین بار پیشنهاد شدند. این کدها شامل دو لایه کدگذاری داده توسط منبع و رله‌های میانی و یک لایه کدبرداری توسط مقصد است که منجر به حصول قابلیت اطمینان در هر دو پرش^۴ می‌شوند. از طرفی چون کدهای DLT از تجزیه کدهای LT تولید می‌شوند، توزیع درجه بسته‌های کدشده دریافتی در مقصد، توزیع RS است و این منجر به سادگی کدبرداری در مقصد می‌شود. کد پیشنهادی در [۷] یک کد DLT خاص است که درجه کدگذاری دومین لایه آن ثابت و محدود به ۲ یا ۴ است. این ویژگی علاوه بر

۱- مقدمه

کدهای فواره‌ای به عنوان راه حلی برای جلوگیری از حجم زیاد درخواست‌های ارسال مجدد بسته‌های پاک شده، در یک سامانه مخابراتی همه پخشی یا چندپخشی در [۱] معرفی شدند. این کدها قابلیت اطمینان بالایی را در کانال‌های پاک شدگی برقرار می‌کند. حصول قابلیت اطمینان در یک شبکه مخابراتی که هدفش انتقال اطلاعات است، به معنی انجام فن‌هایی است که بسته‌های اطلاعات را از پاک شدگی در کانال حفظ کند. یک کد فواره‌ای، کدی بدون نرخ است که می‌تواند به طور بالقوه تعداد نامحدودی بسته کدشده را از تعداد محدودی بسته خام تولید کند. به علت دارا بودن این ویژگی، برای کدکردن داده مورد نظر نیازی به دانستن کیفیت کانال نیست. کدهای LT^۱ به عنوان نخستین تحقق عملی از کدهای فواره‌ای توسط لوبی در سال ۲۰۰۲ پیشنهاد شدند [۲]. در این کدها مؤثرترین عامل برای سادگی فرآیند کدبرداری، انتخاب یک توزیع درجه مناسب برای XOR کردن بسته‌های خام است. از این رو، توزیع درجه Robust-Soliton (RS) برای اجرای الگوریتم کدبرداری با پیچیدگی پایین در کدهای LT پیشنهاد شد.

^۳ Decomposed Luby transform

^۴ Hop

^۱ Luby transform

^۲ Multi-hop relay communication networks

چندجمله‌ای‌های توزیع درجه معتبری را تولید می‌کند. براساس الگوریتم جدید، کدهای h-DLT جدیدی نیز پیشنهاد شدند که دارای میانگین درجه کدگذاری پایینی در دومین لایه کدگذاری هستند و این منجر به هزینه ارسال پایین‌تری می‌شود. با این حال الگوریتم پیشنهادی تنها قادر است چندجمله‌ای‌های توزیع درجه را برای شبکه‌های رله دو پرشی تولید کند.

ما در این مقاله الگوریتمی برای تعمیم روش پیشنهادی در [۱۱] برای شبکه‌های مخابرات رله چند پرشی ارائه می‌دهیم. این یک تعمیم سر راست از تجزیه توزیع RS ترکیبی پیشنهاد شده در [۱۱] نیست زیرا به منظور تعمیم آن الگوریتم برای شبکه‌های رله چندپرشی، پارامترهای جدیدی به ورودی آن افزوده‌ایم که در الگوریتم پیشنهادی [۱۱] وجود نداشت. این کدها در کانال‌هایی با احتمال پاک‌شدگی بالا، کارایی بهتری در هزینه ارسال شبکه‌های رله مخابراتی دارند. علاوه بر این، کدهای پیشنهادی دارای کارایی کدگذاری مشابه با کدهای LT اولیه هستند.

۲- مقدمات

۲-۱- کدهای LT

کدهای LT با استفاده از k بسته خام N بسته کدشده را تولید می‌کنند. فرآیند کدگذاری شامل دو گام است، ابتدا توزیع درجه RS $\mu(x)$ نمونه‌برداری می‌شود و درجه d تولید می‌شود. سپس d بسته خام با توزیع تصادفی یکنواخت انتخاب و با یکدیگر XOR می‌شوند تا یک بسته کد شده را تولید کنند، آن‌گاه بسته کد شده به مقصد ارسال می‌شود. چندجمله‌ای توزیع RS به صورت

درجه $d=i$ است. با دو پارامتر $\delta \in [0,1]$ و $c \geq 0$ ، توزیع RS می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$\mu(x) = \frac{\rho(x) + \tau(x)}{\beta}$$

که در آن $\beta = \rho(1) + \tau(1)$ یک ثابت هنجارسازی است،

$$\rho(x) = x/k + \sum_{i=2}^k x^i / (i-1)$$

این که کاربرد چنین کدهایی را محدود می‌کند، منجر به حصول یک قابلیت اطمینان ضعیف در دومین پرش می‌شود.

در [۸]، تجزیه توزیع RS تنها به یافتن یک چندجمله‌ای توزیع درجه برای کدگذار رله محدود می‌شود و این توزیع درجه توسط حل یک مسئله بهینه‌سازی خطی تولید می‌گردد. گرچه در این روش، درجه کدگذاری دومین لایه ثابت نیست، اما چون چندجمله‌ای توزیع درجه برای کدگذار منبع از قبل معلوم است، چنین تجزیه کدی، روشی عمومی نیست. بهبود طراحی کدهای DLT با استفاده از رله در یک شبکه با S تعداد منبع، R تعداد رله و یک مقصد در [۹] مورد بررسی قرار گرفت، با این حال به دلیل استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی، کدهای پیشنهادی در این روش نیز عمومی نیستند.

یک روش تجزیه عمومی برای طراحی چندجمله‌ای‌های توزیع درجه مورد استفاده در منبع و رله در [۱۰] پیشنهاد شد. در این مقاله برای افزایش دقت تجزیه توزیع RS، کدهای DLT ترکیبی نیز معرفی شدند. در این کدها توزیع درجه مورد استفاده برای فرآیند کدگذاری در منبع به صورت ترکیبی از دو چند جمله‌ای، که یکی حاصل از تجزیه توزیع RS و دیگری بخش غیرقابل تجزیه توزیع RS هستند، نوشته می‌شود. این کدها به اختصار h-DLT نامیده می‌شوند و شامل دو مد LT و DLT می‌باشند. در مد LT، بسته‌های اصلی (کدشده) تنها در منبع کدشده و رله، بدون کدگذاری آن‌ها را به مقصد ارسال می‌کند اما در مد DLT بسته‌ها توسط منبع و سپس رله کدگذاری شده و پس از آن به مقصد ارسال می‌شوند. منظور از هزینه کدگذاری، میزان انرژی است که یک شبکه صرف کدگذاری بسته‌ها می‌کند. کنترل هزینه کدگذاری در کدهای h-DLT از طریق تنظیم نسبت این مدها امکان‌پذیر است. این روش تجزیه، شامل محدودیت‌هایی نیز هست. نخست آن‌که این روش دقت تجزیه پایینی دارد و قادر نیست همیشه تولید چندجمله‌ای‌های توزیع درجه معتبری را تضمین کند. ثانیاً، دومین لایه کدگذاری در این روش، میانگین درجه کدگذاری بالایی دارد. بنابراین تعداد بالایی از بسته‌ها باید از منبع به رله فرستاده شوند و این موضوع موجب تحمیل هزینه ارسال بالایی می‌شود. منظور از هزینه ارسال، میزان انرژی است که یک شبکه صرف ارسال بسته‌های کدشده می‌کند تا زمانی که مقصد همه k بسته اصلی را بازیابی کند و مقدار آن به کمک نسبت مجموع میانگین بسته‌های ارسال به تعداد بسته‌های خام محاسبه می‌گردد.

در [۱۱]، نویسندگان الگوریتم جدیدی را براساس روش گرادیان تصویر شده^۶ برای تجزیه توزیع RS پیشنهاد کردند، که همیشه

^۶ Projected gradient

^۵ Hybrid decomposed Luby transform

۳-۲- کدهای h-DLT

کدهای h-DLT امکان تجزیه دقیق تر و تخصیص هزینه محاسبات انعطاف پذیرتری را فراهم می کنند. در این کدها بخش جهش دار از توزیع RS جدا می شود و یک توزیع هموار از RS ساخته می شود که با $\tilde{\mu}(x)$ نشان داده شده و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\tilde{\mu}(x) = (\rho(x) + \tilde{\tau}(x)) / \beta \quad (۳)$$

که در آن $\tilde{\tau}(x) = \sum_{i=1}^{k/R} (R/ik)x^i$ می باشد. این کدها شامل دو مد

کدگذاری هستند:

(۱) مد LT: بسته های خام تنها در منبع کدگذاری می شوند و سپس به رله میانی ارسال می شوند. رله بسته های دریافتی را مستقیماً به مقصد می فرستد.

(۲) مد DLT: بسته ها به ترتیب توسط منبع و رله کدگذاری می شوند و سپس به مقصد ارسال می شوند.

فرآیند کدگذاری در کدهای h-DLT در دو گام انجام می شود:

(۱) در نخستین لایه کدگذار، یک مولد اعداد تصادفی برای انتخاب مد کدگذاری به کار گرفته می شود. مد DLT با احتمال η انتخاب می شود و کدگذار یک بسته DLT را با استفاده از توزیع درجه $\theta_1(x)$ تولید می کند. با احتمال $(1-\eta)$ مد LT انتخاب شده و کدگذار یک بسته LT را با توزیع درجه $\theta_0(x)$ تولید می کند. سپس همه بسته های کدگذاری شده بر حسب توزیع مورد استفاده برچسب گذاری و به رله ارسال می شوند.

(۲) در کدگذار دومین لایه، اگر بسته دریافتی از منبع یک بسته LT باشد، به طور مستقیم به مقصد ارسال می شود. در غیر این صورت اگر یک بسته DLT باشد در یک بافر ذخیره می شود. سپس یک درجه d طبق توزیع درجه $\omega(x)$ تولید می شود و d بسته DLT ذخیره شده در بافر به طور تصادفی انتخاب و با یکدیگر XOR می شوند و یک بسته h-DLT را تولید می کنند که به مقصد ارسال می شود.

توزیع درجه دنباله بسته های دریافتی در مقصد با استفاده از توزیع های $\theta(x) = \eta\theta_1(x) + (1-\eta)\theta_0(x)$ و $\omega(x)$ ، به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\hat{\mu}(x) = \eta\omega(\theta_1(x)) + (1-\eta)\theta_0(x) \quad (۴)$$

از رابطه (۴)، چند جمله ای های توزیع درجه مد LT و مد DLT به ترتیب در زیر نشان داده شده اند:

$$(۵)$$

$$\mu_0(x) = (1-\eta)\theta_0(x) \quad (۶)$$

$$R = c\sqrt{k} \ln(k/\delta) \text{ و } \tau(x) = \sum_{i=1}^{k/R-1} Rx^i/ik + R \ln(k/\delta)x^{k/R}/k$$

در کدبردار با k بسته خام و N بسته کد شده، یک گراف دوبخشی شکل می گیرد. کدبردار با حذف یال متصل به بسته های با درجه یک شروع می کند. این کار به صورت پیاپی انجام می شود تا زمانی که هیچ بسته درجه یک وجود نداشته باشد. اگر همه k بسته ورودی بازبایی شوند کدبردار موفقیت آمیز بوده، در غیر این صورت شکست کدبردار گزارش می شود.

۲-۲- کدهای DLT

استفاده از کدهای DLT در شبکه های رله دو پرشی علاوه بر این که منجر به حصول قابلیت اطمینان در هر دو پرش می شود، سادگی کدبردار در مقصد را نیز تضمین می کند. برای یک کدگذاری متوالی در منبع و رله، چالش کلیدی کدهای DLT این است که چگونه چند جمله ای توزیع RS که با $\mu(x)$ نشان داده می شود، را به یک چند جمله ای توزیع درجه برای کدگذار منبع $\theta(x)$ و یک چند جمله ای توزیع درجه برای کدگذار رله $\omega(x)$ تجزیه کنیم به نحوی که $\mu(x) = \omega(\theta(x))$.

چند جمله ای های حاصل از تجزیه $\theta(x)$ و $\omega(x)$ باید شرایط زیر را برآورده کنند:

$$۱) \sum_{i=1}^{D_\theta} \theta_i = 1, \sum_{i=1}^{D_\omega} \omega_i = 1$$

$$۲) \theta_i \geq 0, \omega_i \geq 0$$

$$۳) \omega(\theta(x)) = \hat{\mu}(x) = \mu(x)$$

بنابراین مسئله بهینه سازی زیر باید حل شود:

$$[\theta_1, \dots, \theta_{D_\theta}, \omega_1, \dots, \omega_{D_\omega}] = \arg \min_{\theta_1, \dots, \theta_{D_\theta}, \omega_1, \dots, \omega_{D_\omega}} \sum_{i=1}^k (\hat{\mu}_i - \mu_i)^2 \quad (۷)$$

$$s.t. \sum_{i=1}^{D_\theta} \theta_i = 1, \sum_{i=1}^{D_\omega} \omega_i = 1$$

برای حل مسئله بهینه سازی (۷)، روش گرادیان تصویر شده در [۱۱] مورد استفاده قرار می گیرد. با این حال، ممکن است این روش با پیدا کردن مقادیر کمینه محلی متوقف شود. از این رو، روش چندشروعی با استفاده از چندین نقطه شروع اولیه و انتخاب بهترین جواب از بین آنها، برای یافتن کمینه مقدار سراسری استفاده می شود. با همه این اوصاف، این روش نمی تواند در $\hat{\mu}(x)$ بخش جهش دار توزیع RS را تولید کند. فقدان این جهش بزرگ، سطح عملکرد کدبردار را تنزل می دهد. بنابراین برای رفع این مشکل کدهای h-DLT پیشنهاد شده اند.

$\omega^{(l)}(x)$ نشان داده می‌شوند.

در این مقاله از روش تجزیه گرادیان تصویر شده پیشنهادی در [۱۱] بهره می‌گیریم. این روش قادر به تجزیه توزیع‌های غیرهموار نیست، بنابراین در هر بار استفاده از این روش، باید یک بخش هموار از توزیع موردنظر را جدا کرده (برای مثال $\tilde{\mu}(x)$) و آن را تجزیه کنیم. در هر بار استفاده از این روش تجزیه، دو توزیع درجه حاصل می‌شود (برای مثال $\theta_1(x)$ و $\omega^{(2)}(x)$)، از آن جا که بخشی از توزیع

$$\mu_1(x) = \eta\omega(\theta_1(x))$$

مصرف انرژی در یک شبکه رله مشارکتی شامل هزینه کدگذاری و هزینه ارسال می‌باشد. برای محاسبه هزینه ارسال، نیاز به محاسبه میانگین درجه کدگذاری می‌باشد که به صورت حاصل ضرب درجه d در احتمال تولید آن محاسبه می‌شود. براین اساس میانگین درجه کدگذاری اولین و دومین لایه کدگذاری که به ترتیب با C_1 و C_2 نشان داده می‌شود، برابر است با:

$$C_1 = \dot{\theta}(1) = \eta\dot{\theta}_1(1) + (1-\eta)\dot{\theta}_0(1) \quad (7)$$

$$(8)$$

$$C_2 = (1-\eta) + \eta\dot{\omega}(1) = \eta(\dot{\omega}(1) - 1) + 1$$

در این روابط، $\dot{f}(x)$ مشتق $f(x)$ نسبت به x را نشان می‌دهد. نسبت مد^۷ بخشی از توزیع درجه دنباله بسته‌های دریافتی در مقصد را نشان می‌دهد که به توزیع مد DLT تخصیص داده می‌شود و به صورت $\gamma = \mu_1(1)/\hat{\mu}(1)$ تعریف می‌شود. در کدهای h-DLT پیشنهادی در [11]، $\gamma = \eta$ است که این رابطه به کنترل هزینه کدگذاری بین اولین و دومین لایه کدگذاری منجر می‌شود. تجزیه توزیع RS ترکیبی برای کدهای h-DLT پیشنهاد شده در [11] در الگوریتم ۱ نشان داده شده است.

الگوریتم ۱: تجزیه توزیع RS ترکیبی

ورودی: توزیع RS $\mu(x)$ و نسبت مد مورد نظر γ_r .
خروجی: $\omega(x)$ ، $\theta_1(x)$ و $\theta_0(x)$
گام ۱: یک بخش هموار از RSD را شکل دهید ($\tilde{\mu}(x)$)
گام ۲: $\mu_1(x) = \tilde{\mu}(x)/\tilde{\mu}(1)$ را محاسبه کنید.
گام ۳: با استفاده از روش گرادیان تصویر شده در [11]، $\mu_1(x)$ را به $\theta_1(x)$ و $\omega(x)$ تجزیه کنید.
گام ۴: $\theta_0(x) = (\mu(x) - \gamma_r\omega(\theta_1(x)))/(1-\gamma_r)$ را محاسبه کنید.



شکل ۱: شبکه خطی l پرشی

اصلی را برای هموار کردن آن جدا کردیم، ترکیب این دو توزیع حاصل از تجزیه، توزیع اصلی را تولید نمی‌کند. به همین دلیل بخشی از توزیع اصلی که تجزیه نشده را به توزیعی با زیرنویس^۸ صفر (برای مثال $\theta_0(x)$) اختصاص می‌دهیم. تجزیه توزیع RS ترکیبی برای کدهای h-DLT در شبکه‌های l پرشی در الگوریتم ۲ توصیف شده است. بالانویس^۹های هر توزیع درجه، شماره لایه کدگذاری را مشخص می‌کند که توزیع درجه در آن به کار می‌رود. کد h-DLT در شبکه رله l پرشی (شکل ۱) شامل l مد کدگذاری است: مد LT و مدهای DLT- m (برای $m=1, \dots, l-1$). در مد LT بسته‌های خام تنها در منبع کدگذاری می‌شوند و از طریق رله‌ها به مقصد ارسال می‌شوند. در مد DLT- m بسته‌ها توسط $m+1$ لایه کدگذاری اول، کد می‌شوند و سپس به مقصد ارسال

۳- الگوریتم پیشنهادی براساس روش گرادیان تصویر شده برای شبکه‌های چندپرشی

در این بخش از مقاله هدف ما این است که در شبکه‌های رله چند پرشی کدگذاری در منبع و همه رله‌ها انجام شود تا قابلیت اطمینان در همه پرش‌ها حفظ شود. به منظور سادگی کدگذاری، دنباله بسته‌های دریافتی در مقصد باید توزیع درجه RS داشته باشند. بنابراین در یک شبکه با l پرش برای بدست آوردن توزیع درجه در هر لایه کدگذاری، توزیع RS باید $l-1$ بار تجزیه شود. ما برای سادگی شبکه رله l پرشی خطی را در نظر می‌گیریم. سناریوی موردنظر در شکل ۱ نشان داده شده است. ابتدا لازم است توزیع‌های مورد استفاده در هر لایه کدگذاری معرفی شوند. در یک شبکه رله با l پرش، توزیع مورد استفاده در منبع با $\theta(x)$ ، در لایه کدگذاری i ام ($i=2, \dots, l-1$) با $\xi^{(i)}(x)$ و در آخرین لایه کدگذاری با

^۹ Superscript

^۷ Mode ratio

^۸ Subscript

انتخاب توزیع درجه کدگذاری استفاده می‌شود. با احتمال $\eta^{(1)}$ کدگذار، یک بسته کدشده را با استفاده از توزیع $\theta_1(x)$ تولید و با عدد یک برچسب‌گذاری می‌کند. با احتمال $(1-\eta^{(1)})$ ، کدگذار با استفاده از توزیع درجه $\theta_0(x)$ یک بسته کدشده را تولید و با عدد صفر برچسب‌گذاری می‌کند. همه بسته‌های کدشده به لایه کدگذاری بعدی ارسال می‌شوند. در دومین لایه کدگذاری، اگر بسته دریافتی برچسب یک داشته باشد، یک مولد اعداد تصادفی برای انتخاب توزیع

می‌شوند. فرآیند کدگذاری در کدهای h-DLT برای شبکه‌های l پرشه شامل l گام است. در نخستین لایه کدگذاری، یک مولد اعداد تصادفی برای انتخاب توزیع درجه کدگذاری استفاده می‌شود. با احتمال $\eta^{(1)}$ ، کدگذار یک بسته کد شده را با استفاده از توزیع درجه $\theta_1(x)$ تولید و با عدد یک برچسب‌گذاری می‌کند. با احتمال $(1-\eta^{(1)})$ ، کدگذار با استفاده از توزیع درجه $\theta_0(x)$ یک بسته کد شده را تولید و با عدد صفر برچسب‌گذاری می‌کند. همه بسته‌های کد شده به لایه کدگذاری بعدی ارسال می‌شوند. در لایه کدگذاری i ام $(i=2, \dots, l-1)$ اگر بسته دریافتی برچسب یک داشته باشد، یک مولد اعداد تصادفی برای انتخاب توزیع درجه کدگذاری استفاده می‌شود. با احتمال $\eta^{(i)}$ ، کدگذار یک بسته کد شده را با استفاده از توزیع $\xi_1^{(i)}(x)$ تولید و با عدد یک برچسب‌گذاری و به لایه کدگذار بعدی ارسال می‌کند. با احتمال $(1-\eta^{(i)})$ ، کدگذار با استفاده از توزیع $\xi_0^{(i)}(x)$ یک بسته کد شده را تولید و با عدد صفر برچسب‌گذاری و به لایه کدگذار بعدی ارسال می‌کند. در غیر این صورت اگر بسته دریافتی برچسب صفر داشته باشد، بدون کدگذاری به لایه کدگذاری بعدی و سرانجام مقصد ارسال می‌شود. در آخرین لایه کدگذاری اگر بسته دریافتی برچسب یک داشته باشد، با استفاده از توزیع درجه $\omega^{(l)}(x)$ یک بسته کد شده تولید و به مقصد ارسال می‌شود. در غیر این صورت بسته دریافتی بدون کدگذاری مستقیماً به مقصد ارسال می‌شود.

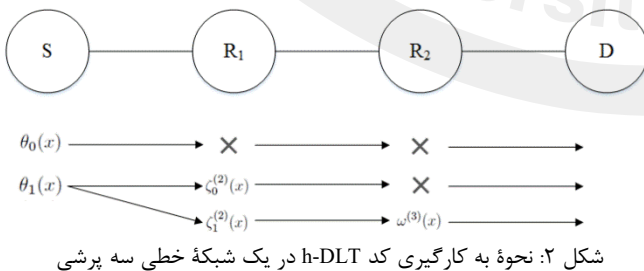
الگوریتم ۲: تجزیه توزیع RS ترکیبی برای کدگذار l لایه

ورودی: توزیع RS $\mu(x)$ و احتمال موردنظر برای انتخاب توزیع در هر لایه کدگذاری $\eta_r^{(j)}$ برای $j=1, \dots, l-1$.

خروجی: $\theta_0(x)$ ، $\theta_1(x)$ ، $\omega^{(l)}(x)$ ، $\xi_0^{(i)}(x)$ و $\xi_1^{(i)}(x)$ برای $i=2, \dots, l-1$.

گام ۱: یک بخش هموار از RSD را شکل دهید ($\tilde{\mu}(x)$)
گام ۲: $\mu_1(x) = \tilde{\mu}(x) / \tilde{\mu}(1)$ را محاسبه کنید.
گام ۳: با استفاده از روش گرادیان تصویر شده در [11]، $\mu_1(x)$ را به $\theta_1(x)$ و $\omega^{(2)}(x)$ تجزیه کنید.
گام ۴: $\theta_0(x) = (\mu(x) - \eta^{(1)} \omega^{(2)}(\theta_1(x))) / (1 - \eta^{(1)})$ را محاسبه کنید.
برای $i=2, \dots, l-1$ مراحل زیر را انجام دهید:
گام ۱: یک بخش هموار از $\omega^{(i)}(x)$ را شکل دهید و آن را با $\tilde{\omega}^{(i)}(x)$ نشان دهید.
گام ۲: $\omega_1^{(i)}(x) = \tilde{\omega}^{(i)}(x) / \tilde{\omega}^{(i)}(1)$ را محاسبه کنید.
گام ۳: $\omega_1^{(i)}(x)$ را با استفاده از روش گرادیان تصویر شده در [11] به $\xi_1^{(i)}(x)$ و $\omega^{(i+1)}(x)$ تجزیه کنید.
گام ۴: $\xi_0^{(i)}(x) = (\omega^{(i)}(x) - \eta^{(i)} \omega^{(i+1)}(\xi_1^{(i)}(x))) / (1 - \eta^{(i)})$ را محاسبه کنید.
پایان حلقه

مثال: در این قسمت برای درک بهتر کدهای h-DLT پیشنهادی، معادلات و فرآیند تجزیه و کدگذاری را برای شبکه رله سه پرشی مورد بررسی قرار می‌دهیم. سناریو در شکل ۲ نشان داده شده است. در این شبکه برای بدست آوردن توزیع‌های درجه مورد استفاده برای فرآیند کدگذاری در هر لایه، توزیع RS را دو بار پیایی تجزیه می‌کنیم که حاصل آن تولید ۵ توزیع درجه است. توزیع‌های $\theta_0(x)$ و $\theta_1(x)$ در منبع، توزیع‌های $\xi_0^{(2)}(x)$ و $\xi_1^{(2)}(x)$ در لایه دوم کدگذاری و $\omega^{(3)}(x)$ در لایه سوم کدگذاری استفاده می‌شوند. در این شبکه سه مد کدگذاری برای کد h-DLT وجود دارد: مد LT، مد DLT-1 و مد DLT-2. در مد LT، بسته‌های خام تنها در منبع کدگذاری می‌شوند و از طریق رله‌ها به مقصد ارسال می‌شوند. در مد DLT-1، بسته‌ها توسط منبع و دومین لایه کدگذاری، کد می‌شوند و بدون کدگذاری در سومین لایه به مقصد ارسال می‌شوند. در مد DLT-2، بسته‌ها توسط منبع، دومین و سومین لایه کدگذاری، کد شده و به مقصد ارسال می‌شوند.



درجه کدگذاری استفاده می‌شود. با احتمال $\eta^{(2)}$ کدگذار یک بسته کدشده را با استفاده از توزیع $\xi_1^{(2)}(x)$ تولید و با عدد یک

فرآیند کدگذاری در کدهای h-DLT برای شبکه رله سه پرشی شامل سه گام است. در کدگذار لایه اول یک مولد اعداد تصادفی برای

نسبت مد در این شبکه‌ها تعریف می‌شود. اولین نسبت مد که با $\gamma^{(1)}$ نشان داده می‌شود بخشی از توزیع کلی را نشان می‌دهد که به توزیع مد DLT-1 مشارکتی تخصیص داده می‌شود و به صورت $\gamma^{(1)} = \mu_1(1)/\hat{\mu}(1)$ تعریف می‌شود. دومین نسبت مد با $\gamma^{(2)}$ نشان داده می‌شود و معرف بخشی از توزیع کلی است که به توزیع مد DLT-2 مشارکتی تخصیص داده می‌شود. این نسبت مد به صورت $\gamma^{(2)} = \mu_2(1)/\hat{\mu}(1)$ محاسبه می‌شود. با تنظیم این دو نسبت مد، کدهای h-DLT می‌توانند هزینه ارسال و کدگذاری بسته را بین لایه‌های مختلف کدگذاری کنترل کنند. رابطه بین این دو نسبت مد با $\eta^{(1)}$ و $\eta^{(2)}$ به صورت زیر است:

$$\gamma^{(1)} = \eta^{(1)}(1 - \eta^{(2)}) \quad (۱۶)$$

$$\gamma^{(2)} = \eta^{(1)}\eta^{(2)} \quad (۱۷)$$

به طور خلاصه، کدهای h-DLT در شبکه‌های رله چندپرسی می‌توانند هزینه کدگذاری را کنترل کنند که این امر منجر به بهره‌وری انرژی بالاتر در مقایسه با شبکه‌های رله دو پرسی [11] می‌شود. علاوه بر این، کدهای h-DLT پیشنهادی طرح کدگذاری را در لایه‌های بیشتری اجرا می‌کنند و قابلیت اطمینان را در همه پرها برقرار می‌کنند.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی پارامترهای مختلف طرح کدگذاری سه لایه پیشنهادی ارائه می‌شود. برای نشان دادن مزیت‌های این طرح، نتایج با طرح کدگذاری دولایه در [۱۱] و نیز طرح کدگذاری یک لایه در [۲] مقایسه می‌شوند. نخست در جدول ۱ چندجمله‌ای‌های توزیع درجه حاصل از روش گرادیان تصویر شده که با $\mu'(x)$ نشان می‌دهیم را برای کدگذاری دو لایه $(\mu'(x) = \omega^{(2)}(\theta_1(x)))$ و کدگذاری سه لایه $(\mu'(x) = \omega^{(3)}(\xi_1^{(2)}(\theta_1(x))))$ در پارامترهای مختلف مقایسه می‌کنیم. پارامترهای مورد استفاده معیار صداقت^{۱۱} $(\sum_i \sqrt{\mu'_i \mu_i})$ ، فاصله تغییر کل^{۱۱} (TVD) $(\frac{1}{2} \sum_i |\mu'_i - \mu_i|)$ و فاصله

برچسب‌گذاری و به لایه کدگذار بعدی ارسال می‌کند. با احتمال $(1 - \eta^{(2)})$ کدگذار با استفاده از توزیع $\xi_0^{(2)}(x)$ یک بسته کدشده را تولید و با عدد صفر برچسب‌گذاری و به لایه کدگذار بعدی ارسال می‌کند. در غیر این صورت اگر بسته دریافتی برچسب صفر داشته باشد، بدون کدگذاری به لایه کدگذاری بعدی و سرانجام مقصد ارسال می‌شود. در سومین لایه کدگذاری اگر بسته دریافتی برچسب یک داشته باشد، با استفاده از توزیع درجه $\omega^{(3)}(x)$ یک بسته کد شده تولید و به مقصد ارسال می‌شود، در غیر این صورت بسته دریافتی بدون کدگذاری مستقیماً به مقصد ارسال می‌شود.

در این شبکه، توزیع درجه دنباله بسته‌های دریافتی در مقصد با استفاده از توزیع‌های $\theta(x) = \eta^{(1)}\theta_1(x) + (1 - \eta^{(1)})\theta_0(x)$ ، $\xi(x) = \eta^{(2)}\xi_1^{(2)}(x) + (1 - \eta^{(2)})\xi_0^{(2)}(x)$ و $\omega^{(3)}(x)$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\mu}(x) = \eta^{(1)}\eta^{(2)}\omega^{(3)}(\xi_1^{(2)}(\theta_1(x))) + \quad (۹)$$

$$\eta^{(1)}(1 - \eta^{(2)})\xi_0^{(2)}(\theta_1(x)) + (1 - \eta^{(1)})\theta_0(x)$$

چندجمله‌ای‌های توزیع درجه مد LT، مد DLT-1 و مد DLT-2 به ترتیب در زیر نشان داده شده‌اند:

$$\mu_0(x) = (1 - \eta^{(1)})\theta_0(x) \quad (۱۰)$$

$$\mu_1(x) = \eta^{(1)}(1 - \eta^{(2)})\xi_0^{(2)}(\theta_1(x)) \quad (۱۱)$$

$$\mu_2(x) = \eta^{(1)}\eta^{(2)}\omega^{(3)}(\xi_1^{(2)}(\theta_1(x))) \quad (۱۲)$$

میانگین درجه کدگذاری در لایه‌های کدگذاری اول تا سوم که به ترتیب با C_1 ، C_2 و C_3 نشان داده می‌شود، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_1 = \dot{\theta}(1) = \eta^{(1)}\dot{\theta}_1(1) + (1 - \eta^{(1)})\dot{\theta}_0(1) \quad (۱۳)$$

$$C_2 = (1 - \eta^{(1)}) + \eta^{(1)}\eta^{(2)}\dot{\xi}_1^{(2)}(1) + \eta^{(1)}(1 - \eta^{(2)})\dot{\xi}_0^{(2)}(1) \quad (۱۴)$$

$$C_3 = (1 - \eta^{(1)}) + \eta^{(1)}(1 - \eta^{(2)}) + \eta^{(1)}\eta^{(2)}\dot{\omega}^{(3)}(1) \quad (۱۵)$$

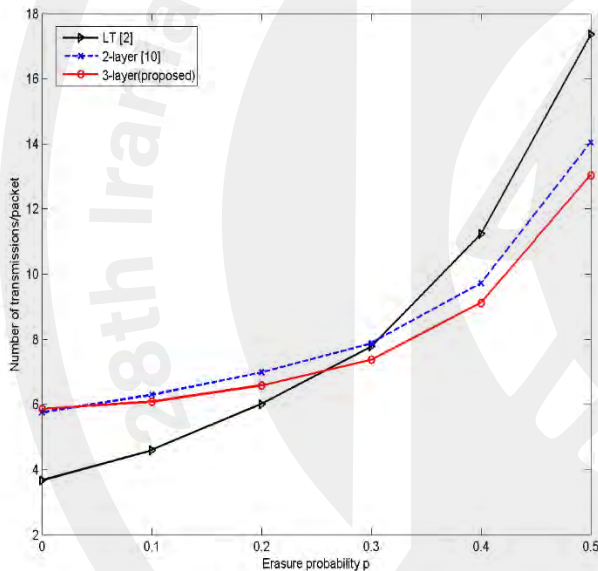
به دلیل وجود سه مد کدگذاری در شبکه‌های رله سه پرسی، دو

^{۱۱} Total variation distance

^{۱۰} Fidelity

نسبت به طرح کدگذاری یک لایه و دو لایه دارد. افزودن لایه کدگذاری سوم، قابلیت اطمینان را در سومین پرش افزایش می‌دهد، اما در احتمال پاک‌شدگی پایین به دلیل وجود بافر در دومین سومین لایه کدگذاری در طرح کدگذاری سه لایه و نیز در دومین لایه کدگذاری طرح کدگذاری دو لایه، بسته‌های اضافه‌ی زیادی از میان بسته‌های محدود ذخیره شده در بافر تولید می‌شود که این خود هزینه ارسال بالایی را منجر می‌شود. بنابراین زمانی که احتمال پاک‌شدگی کانال بالاتر باشد، لایه‌های کدگذاری بیشتر، هزینه ارسال را کاهش می‌دهد.

در شکل ۴، نتایج شبیه‌سازی احتمال کدگذاری موفق برای کدگذاری یک لایه، دو لایه و سه لایه در سربراهای^{۱۲}های مختلف آورده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت طرح‌های کدگذاری دو لایه و سه لایه کارایی کدگذاری مشابه با طرح کدگذاری یک لایه را فراهم می‌کنند زیرا در آن‌ها از تجزیه‌ای



شکل ۴: هزینه ارسال برای طرح‌های کدگذاری یک، دو و سه لایه در یک شبکه رله سه پرشی

کولموگوروف^{۱۳} می‌باشند. نتایج جدول ۱ مشخص می‌کند که تجزیه با استفاده از روش گرادیان تصویر شده برای طرح کدگذاری دو لایه و سه لایه، دقت تجزیه تقریباً مشابهی دارد.

در شکل ۳ و ۴ کارایی کدگذاری سه لایه پیشنهادی با کدگذاری دو لایه و یک لایه در پارامترهای هزینه ارسال و احتمال کدگذاری موفق مقایسه شده‌اند. سناریو مورد بررسی به این صورت است که یک شبکه رله سه پرشی در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم همه کانال‌ها در این شبکه با اتلاف و دارای احتمال پاک‌شدگی یکسان ($P_{S,R_1} = P_{R_1,R_2} = P_{R_2,D} = p$) هستند. تعداد بسته‌های خام را $k = 1000$ در نظر می‌گیریم. برای تولید چند جمله‌ای‌های توزیع درجه، فرض می‌کنیم $\eta^{(1)} = \eta^{(2)} = 0.5$ باشد. در این شبکه اندازه بافر مورد استفاده در هر رله برابر 40 است. حداقل اندازه بافر جدول ۱-مقایسه چندجمله‌ای‌های حاصل از روش گرادیان تصویر شده با توزیع RS در سه پارامتر مختلف

| نوع کد | Fidelity | TVD | Kolmogorov |
|----------|----------|--------|------------|
| دو لایه | 0.9383 | 0.1697 | 0.1018 |
| سه لایه | 0.9328 | 0.1791 | 0.1213 |
| توزیع RS | 1 | 0 | 0 |

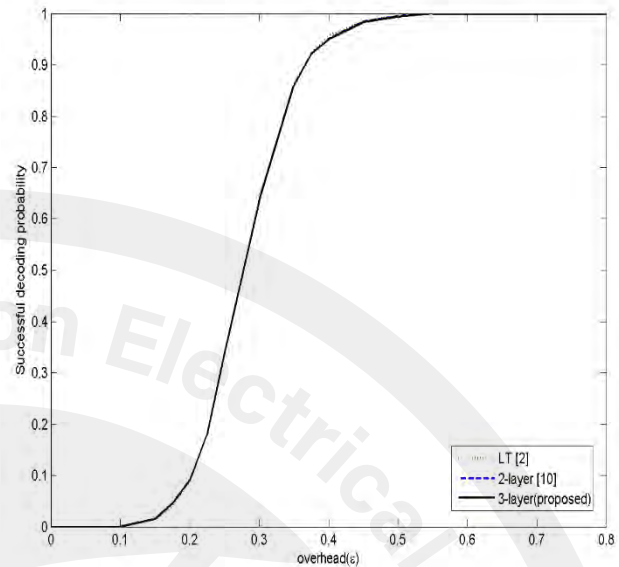
نمی‌تواند از حداکثر درجه چندجمله‌ای توزیع درجه مورد استفاده در آن رله کمتر باشد. ما در نظر می‌گیریم که حداکثر درجه چندجمله‌ای‌های توزیع درجه برای هر لایه کدگذاری در طرح کدگذاری سه لایه $D_{\theta} = 25$ ، $D_{\xi^{(2)}} = 5$ و $D_{\omega^{(3)}} = 8$ و در طرح کدگذاری دو لایه $D_{\theta} = 25$ و $D_{\omega^{(2)}} = 40$ باشد.

هزینه ارسال توسط نسبت مجموع میانگین بسته‌های ارسالی به تعداد بسته‌های خام محاسبه می‌گردد. در شکل ۳ نتایج شبیه‌سازی هزینه ارسال کدگذاری یک لایه (LT اصلی)، دو لایه و سه لایه در سناریوی توصیف شده نشان داده شده است. به وضوح مشخص است که در احتمال پاک‌شدگی پایین‌تر، کدگذاری یک لایه، هزینه ارسال پایین‌تری نسبت به کدگذاری دو لایه و کدگذاری دو لایه نیز هزینه ارسال پایین‌تری نسبت به کدگذاری سه لایه دارد. اما در احتمال پاک‌شدگی بالا، طرح کدگذاری سه لایه، هزینه ارسال پایین‌تری

^{۱۲} Overhead

^{۱۳} Kolmogorov

- Australia, Sep. 2005, pp. 1853-1857.
- [4] R. Gummadi and R. S. Sreenivas, "Relaying a fountain code across multiple nodes," in *Proc. IEEE Inf. Theory Workshop*, Porto, Portugal, May 2008, pp. 149-153.
- [5] A. Tarable, I. Chatzigeorgiou, and I. J. Wassell, "Randomly select and forward: Erasure probability analysis of a probabilistic relay channel model," in *Proc. IEEE Inf. Theory Workshop*, Taormina, Italy, Oct. 2009, pp. 41-45.
- [6] H. Wicaksana, S. H. Ting, and Y. L. Guan, "Spectral efficient half duplex relaying for fountain code with wireless network coding," in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun. Workshop*, Beijing, China, May. 2008, pp. 295-299.
- [7] S. Puducheri, J. Kliewer, and T. E. Fuja, "The design and performance of distributed LT codes," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 53, no. 10, pp. 3740-3754, Oct. 2007.
- [8] D. Sejdinovic, R. J. Piechocki, and A. Doufexi, "AND-OR tree analysis of distributed LT codes," in *IEEE Inf. Theory Workshop Netw. Inf. Theory*, Volos, Greece, Jun. 2009, pp. 261-265.
- [9] I. Hussain, M. Xiao, and L. K. Rasmussen, "Buffer-based distributed LT codes," in *IEEE Trans. Commun.*, vol. 62, no. 11, pp. 3725-3739, Nov. 2014.
- [10] R. Cao, and L. Yand, "Decomposed LT codes for cooperative relay communications," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 30, no. 2, pp. 407-414, Feb. 2012.
- [11] X. Cheng, R. Cao, and L. Yang, "Stochastic polynomial decomposition-based energy-efficient hybrid DLT codes," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 64, no. 12, pp. 4897-4909, Dec. 2016.



شکل ۴: احتمال کدبرداری موفق در سربارهای مختلف برای طرح‌های کدگذاری یک، دو و سه لایه در یک شبکه رله سه پرشی

با دقت بالا استفاده می‌شود و بنابراین توزیع درجه دنباله بسته‌های دریافتی در مقصد، RS هستند. از این رو عملکرد کدبردار آن‌ها مشابه یکدیگر است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از یک الگوریتم پیشنهادی، روش تجزیه چندجمله‌ای تصادفی توزیع درجه RS با استفاده از گرادیان تصویر شده برای شبکه‌های رله چندپرشی تعمیم داده شده است و با استفاده از توزیع‌های حاصل از این الگوریتم، کدهای h-DLT جدیدی پیشنهاد شدند. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان دادند که افزودن لایه کدگذاری در شبکه‌های رله چندپرشی، علاوه بر این که قابلیت اطمینان را در پرش‌های بیشتری حفظ می‌کند در احتمال پاک‌شدگی بالاتر، هزینه ارسال پایین‌تری نسبت به تعداد لایه کدگذاری کمتر در همان شبکه دارد. همچنین کارایی کدبردار با افزودن لایه‌های کدگذاری تغییری نمی‌کند، زیرا روش تجزیه مورد استفاده دقت بالایی دارد و دنباله بسته‌های دریافتی در مقصد توزیع RS دارد.

مراجع

- [1] J. W. Byers, M. Luby, and M. Mitzenmacher, "A digital fountain approach to asynchronous reliable multicast," *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 20, no. 8, pp. 1528-1540, Oct. 2002.
- [2] M. Luby, "LT codes," in *Proc. IEEE Symp. Found. Comp. Sci.*, Vancouver, BC, Canada, Nov. 2002, pp. 271-280.
- [3] P. Pakzad, C. Fragouli, A. Shokrollahi, "Coding schemes for line networks," in *Proc. IEEE Int. SYMP. Inf. Theory*, Adelaide, SA,