

## طراحی ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی در رادار MIMO با سطح گلبرگ فرعی مناسب و قابلیت بالا در حذف تداخل

روح اله وحدانی<sup>۱</sup>، حسین خالقی بیژکی<sup>۲</sup> و محسن فلاح جوشقانی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، ro.vahdani@gmail.com

<sup>۲</sup>دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، bizaki@yahoo.com

<sup>۳</sup>استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، Mohsen\_fallah@mut.ac.ir

چکیده - در این مقاله، به طراحی ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی در رادار چندورودی چندخروجی پرداخته می‌شود. ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی مستقیماً بر روی عملکرد رادار از جمله الگوی پرتو دریافتی و نسبت سیگنال به تداخل علاوه نویز اثرگذار است. همچنین، با طراحی ساختار ماتریس کواریانس می‌توان شکل موج مناسب را در فرستنده بدست آورد. از جمله چالش‌های موجود در طراحی ماتریس کواریانس، سطح بالای گلبرگ فرعی در الگوی پرتو دریافتی و همچنین لازمه استفاده از چندین تولیدکننده شکل موج با هزینه بالا در رادارهای چند آنتنی است. ساختار پیشنهادی این مقاله برای ماتریس کواریانس دارای گلبرگ فرعی بسیار پایین‌تر نسبت به سایر طرح‌های متداول پیشین است. همچنین نشان داده می‌شود که طرح پیشنهادی با یک شکل موج ساده دودویی قابل پیاده‌سازی است، بنابراین بر خلاف سایر روش‌ها، نیازی به استفاده از چندین تولیدکننده شکل موج در فرستنده ندارد. این موضوع موجب کاهش قابل ملاحظه هزینه در طراحی فرستنده خواهد شد. ماتریس کواریانس پیشنهادی مشابه رادار چندورودی چندخروجی سنتی (با شکل موج‌های متعامد) قابلیت تشخیص بیشترین تعداد اهداف را نیز دارد. کلیدواژه- رادار MIMO، طراحی ماتریس کواریانس، الگوی پرتو دریافتی، نسبت سیگنال به نویز علاوه تداخل.

(یا دریافت) به صورت همجوار<sup>۴</sup> استفاده می‌کند تا موج در یک جهت خاص در فضا هدایت شود [۶]. در این حالت معمولاً فرض بر این است که هدف در فاصله دوری (نسبت به طول موج) از فرستنده و گیرنده قرار دارد. مقاله حاضر به طراحی ماتریس کواریانس در رادار MIMO با فواصل آنتن نزدیک به هم می‌پردازد.

در این مقاله تمرکز ما بر روی ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی و تاثیر آن بر عملکرد سیستم راداری است. ساختار ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی به طور مستقیم بر روی الگوی پرتو دریافتی و همچنین نسبت سیگنال به تداخل علاوه نویز اثرگذار است. بنابراین با طراحی مناسب آن، می‌توان به الگوی پرتو مناسب با سطح گلبرگ فرعی پایین‌تر و همچنین نسبت سیگنال به نویز علاوه تداخل مناسب دست یافت. منابع متعددی به طراحی شکل موج و یا ماتریس کواریانس سیگنال ارسالی در سال‌های اخیر پرداخته‌اند [۷-۱۳]. در بخش‌های بعدی، ساختار جدیدی را برای

### ۱- مقدمه

در دهه اخیر، تحقیقات به صورت گسترده‌ای روی رادار با چند آنتن ورودی و چند آنتن خروجی<sup>۱</sup> (رادار MIMO) تمرکز یافته است. ایده رادار MIMO بر مبنای به کارگیری چند آنتن برای ارسال شکل موج‌های متعامد و سپس دریافت بازتاب‌هایی از هدف با استفاده از چند آنتن می‌باشد [۴-۱]. رادار MIMO از لحاظ چیدمان آرایه‌ای<sup>۲</sup> استفاده شده به دو دسته تقسیم می‌شود: نوع اول از آنتن‌هایی با فواصل زیاد از هم (هم در ارسال و هم در دریافت) برای ایجاد چندگانگی سطح مقطع راداری<sup>۳</sup> استفاده می‌کند [۵]. نوع دوم، از آرایه‌ای از آنتن‌ها با فواصل نزدیک (نسبت به طول موج) در ارسال

<sup>۱</sup> Multi input multi output (MIMO)

<sup>۲</sup> Array configurations

<sup>۳</sup> Spatial diversity of Radar cross section (RCS)

<sup>۴</sup> colocated

که  $d_t$  و  $d_r$  به ترتیب فاصله آنتن های مجاور در آرایه ارسال و دریافت، و  $\lambda$  طول موج سیگنال ارسال است. برای سادگی فرض می کنیم  $d_t = d_r = \lambda/2$  باشد. در هر آنتن دریافت، سیگنال دریافتی از یک فیلتر منطبق عبور داده شده و با  $M_t$  سیگنال ارسال در هر شکاف زمانی<sup>۶</sup> تطابق داده می شود. بنابراین، در هر کدام از  $M_r$  آنتن موجود در سمت گیرنده،  $M_t$  نمونه وجود خواهد داشت که می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\mathbf{y}_c = \beta_0 \mathbf{a}_R(\theta_0) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta_0) + \sum_{i=1}^L \beta_i \mathbf{a}_R(\theta_i) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta_i) + \mathbf{v}_c \quad (3)$$

که عبارت اول ( $\mathbf{y}_0$ ) سیگنال مطلوب و عبارت دوم ( $\mathbf{y}_{int}$ ) سیگنال تداخل است. بردار نویز گاوسی متقارن با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_n^2$  بوده و  $\otimes$  نمایانگر ضرب کروکر است. همچنین ماتریس کواریانس سیگنال ارسال با  $\mathbf{R}$  نشان داده می شود. مطابق رابطه (۳)، ماتریس کواریانس سیگنال ارسال نقش کلیدی در عملکرد خروجی رادار MIMO ایفا می کند، به طوری که می تواند بر الگوی پرتو دریافتی و همچنین نسبت سیگنال به تداخل بعلاوه نویز اثرگذار باشد.

### ۳- بررسی عملکرد سیستم راداری

همان طور که از رابطه (۳) برداشت می شود، سیگنال دریافتی شامل سیگنال مطلوب و مولفه تداخل بعلاوه نویز است. فرض کنید بردار شکل دهی پرتو در گیرنده باشد. با ضرب بردار سیگنال دریافتی در این بردار، سیگنال حاصل به صورت زیر قابل بیان است:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{y}_c = \mathbf{w}^H \mathbf{y}_0 + \mathbf{w}^H (\mathbf{y}_{int} + \mathbf{v}) \quad (4)$$

با استفاده از رابطه (۴)، SINR خروجی از بردار شکل دهی پرتو در گیرنده به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\text{SINR} = \frac{\beta_0^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{s}_m(\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_{in} \mathbf{w}} \quad (5)$$

که  $\mathbf{s}_m(\theta) \triangleq \mathbf{a}_R(\theta) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta)$  و  $\mathbf{R}_{in}$  ماتریس کواریانس مولفه نویز بعلاوه تداخل است که می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\mathbf{R}_{in} = \sum_{i=1}^L |\beta_i|^2 \mathbf{s}_m(\theta_i) \mathbf{s}_m^H(\theta_i) + \sigma_n^2 (\mathbf{I}_{M_r} \otimes \mathbf{R}) \quad (6)$$

بهترین مقدار بردار شکل دهی پرتو  $\mathbf{w}$  در گیرنده با استفاده از روش MVDR قابل محاسبه است [۱] که محاسبه آن با افزایش ابعاد ماتریس ها دارای پیچیدگی زیادی است. بنابراین بردار شکل دهی پرتو در گیرنده با پیچیدگی کم (در مقایسه با روش MVDR)

ماتریس کواریانس پیشنهاد می دهیم که عملکرد سیستم راداری را بهبود خواهد داد.

پارامتر تشخیص هدف که بیانگر بیشترین تعداد اهداف قابل شناسایی در رادار است در مرجع [۱۴] مورد بررسی قرار گرفته است. در واقع این پارامتر بیانگر تعداد جواب های منحصر به فرد در تخمین پارامترهای هدف در حالت ایده آل است که توان تداخل و نویز در مقایسه با توان سیگنال مطلوب ناچیز و قابل چشم پوشی است. مطابق مرجع [۱۴]، تعداد اهداف قابل تشخیص در رادار MIMO به هندسه آرایه ها در فرستنده و گیرنده و همچنین به تنوع سیگنال های مورد استفاده بستگی دارد. به طوری که با شرایط یکسان، رادار MIMO توانایی بسیار بیشتری در مقایسه با رادار آرایه فازی در تشخیص اهداف متنوع دارد. در این مقاله نشان می دهیم که طرح پیشنهادی نیز دارای عملکردی مشابه رادار MIMO در تشخیص تعداد اهداف بوده و عملکرد آن از این نظر بسیار بهتر از رادار آرایه فازی و رادار آرایه فازی MIMO می باشد.

### ۲- مدل سیستم

یک رادار MIMO با آرایه خطی با  $M_t$  آنتن ارسال و  $M_r$  آنتن دریافت را در نظر بگیرید که هم در فرستنده و هم در گیرنده، آنتن-ها با فاصله نصف طول موج کنار هم قرار گرفته اند. همچنین فرض کنید علاوه بر سیگنال مطلوب، تعداد  $L$  سیگنال تداخلی نیز بر سیگنال هدف تاثیر می گذارند. بنابراین سیگنال باند پایه در گیرنده به صورت زیر قابل نمایش است:

$$\mathbf{Y} = \beta_0 \mathbf{a}_R(\theta_0) \mathbf{a}_T^T(\theta_0) \mathbf{x} + \sum_{i=1}^L \beta_i \mathbf{a}_R(\theta_i) \mathbf{a}_T^T(\theta_i) \mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (1)$$

که  $\mathbf{x}$  با ابعاد  $1 \times M_t$  بردار سیگنال ارسال،  $\theta_0$  زاویه سمت<sup>۵</sup> بیانگر موقعیت هدف می باشند. همچنین  $\theta_i$  ها زوایای قرارگیری منابع تداخلی موجود هستند.  $\beta_0$  و  $\beta_i$  به ترتیب سطح مقطع راداری هدف و  $i$ -امین منبع تداخلی می باشد. بردار نویز گاوسی دریافتی است که مولفه های آن دارای میانگین صفر و واریانس  $\sigma_v^2$  هستند. بردار هدایت از سمت فرستنده به سوی هر نقطه از فضا با ابعاد  $1 \times M_t$  و  $\mathbf{a}_R(\theta)$  بردار هدایت از سمت گیرنده به سوی هر نقطه از فضا با ابعاد  $1 \times M_r$  بوده که به صورت زیر قابل بیان است [۲]:

$$\mathbf{a}_i(\theta) = \left[ 1, e^{j \frac{2\pi d_i}{\lambda} \sin \theta}, \dots, e^{j \frac{2\pi (M_i - 1) d_i}{\lambda} \sin \theta} \right] \quad i \in \{t, r\} \quad (2)$$

<sup>۶</sup> Time-slot

<sup>۵</sup> Azimuth

سیگنال به نویز بعلاوه تداخل دارد. اما از نظر الگوی پرتو دریافتی دارای مشخصات خوبی نیست، به طوری که دارای سطح گلبرگ فرعی بالایی می باشد [۱۵ و ۱۶].

ایده رادار آرایه فازی MIMO اولین بار در سال ۲۰۱۰ مطرح شد [۱۵]. در این نوع رادار، آرایه ارسال به چند زیر آرایه تقسیم می شود هر زیر آرایه خود یک رادار آرایه فازی را تشکیل داده و دو زیر آرایه مجزا، همانند یک رادار MIMO کاملاً ناهمبسته هستند. در مبحث MIMO، تمامی شکل موج های ارسال شده توسط آنتن های ارسال باید تعامد داشته باشند. اما در مبحث آرایه فازی MIMO، این موضوع کمی ساده تر است، به طوری که در این حالت، تعامد شکل موج ارسال شده توسط هر زیر آرایه کفایت می کند. همچنین در هر زیر آرایه، سیگنال های ارسال نیازی به متعامد بودن ندارند و فقط باید همانند یک سیستم آرایه فازی، همدوس باشند [۱۵]. در شبیه سازی ها این مقاله از پارامتر  $K$  برای نمایش تعداد زیر آرایه ها استفاده شده است. نشان می دهیم که عملکرد این نوع رادار، از نظر الگوی پرتو دریافتی بهتر از رادار MIMO و رادار آرایه فازی می باشد. در مرجع [۱۸]، ماتریس کواریانس که به ماتریس خودبازگشتی معروف است به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\mathbf{R}_{1x} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \gamma^{M_t-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma^{M_t-1} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

که  $\gamma$  پارامتر طراحی است. به ازای  $\gamma = 1$  ماتریس کواریانس فوق معادل یک رادار آرایه فازی با عناصر تمام یک خواهد بود. همچنین به ازای  $\gamma = 0$  این ماتریس به یک ماتریس کواریانس رادار MIMO تبدیل می شود. بنابراین با تغییر مقدار  $\gamma$  می توان خروجی های مختلفی در عملکرد سیستم راداری بدست آورد. همانطور که در [۱۹] آمده است، برای تحقق ماتریس کواریانس باید شکل موج با مشخصات خاصی ارسال شود. مطابق [۱۹]، اگر  $\sin(\frac{\pi}{2} \mathbf{R})$  ماتریسی معین مثبت باشد، آنگاه می توان ماتریس کواریانس  $\mathbf{R}$  را با شکل موج های  $\text{BPSK}^\gamma$  محقق کرد. مزیت استفاده از شکل موج های  $\text{BPSK}$ ، دامنه ثابت آنها در مقایسه با رادار آرایه فازی MIMO می باشد. به طوری که برای تحقق ماتریس کواریانس با این شرایط، تنها به یک نوع تقویت کننده سیگنال رادیویی در فرستنده احتیاج است که هزینه آن به مراتب پایین تر از حالتی است که این شرایط محقق نشود.

پیشنهاد شده است که به صورت زیر بدست می آید [۲]:

$$\mathbf{w}_c = \mathbf{a}_R(\theta_0) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta_0) \quad (7)$$

بهترین SINR در حالتی که تنها نویز بر سیگنال مطلوب اثر می گذارد و هیچ تداخلی وجود ندارد بدست می آید. در این حالت، با استفاده از فیلتر شکل دهی پرتو متداول در گیرنده، SINR بهینه با ساده سازی رابطه (۵) به صورت زیر بدست می آید:

$$\text{SINR}_{opt} = \frac{\mathbf{a}_R^H(\theta_0) \otimes \mathbf{a}_T^H(\theta_0) \mathbf{R}^H \cdot (\mathbf{I}_{M_T} \otimes \mathbf{R})^{-1} \cdot \mathbf{a}_R(\theta_0) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta_0)}{\sigma_n^2} \quad (8)$$

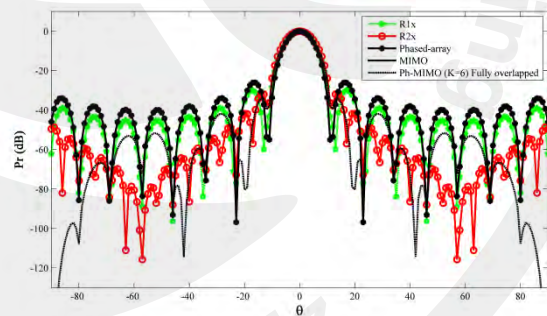
همچنین الگوی پرتو فرستنده یا همان توان سیگنال ارسال در هر نقطه از فضا به صورت زیر قابل بیان است:

$$\mathbf{P}_t(\theta) = \mathbf{a}_T^T(\theta) \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta) \quad (9)$$

که تابعی از زاویه مورد نظر و همچنین ماتریس کواریانس سیگنال ارسال است [۱]. همچنین، توان دریافتی در گیرنده از زاویه  $\theta$  به صورت زیر قابل بیان است [۱۳]:

$$\mathbf{P}_r(\theta) = |\mathbf{w}^H \mathbf{a}_R(\theta) \otimes \mathbf{R} \mathbf{a}_T(\theta)|^2 \quad (10)$$

همانطور که از روابط (۸) الی (۱۰) استنباط می شود، ماتریس کواریانس های مختلف مستقیماً در عملکرد سیستم راداری تاثیرگذار هستند. در ادامه، ضمن بررسی طرح های پیشین، ساختار جدیدی برای ماتریس کواریانس پیشنهاد می دهیم و عملکرد آن را با دیگر طرح های موجود مقایسه خواهیم کرد.



شکل ۱. مقایسه الگوی پرتو نرمالیزه در طرح های رادار آرایه فازی، رادار MIMO، رادار آرایه فازی MIMO به ازای  $K = 6$  و  $M_t = M_r = 10$ ، همچنین پارامتر  $\gamma = 10$  برای  $\mathbf{R}_{1x}$

### ۳-۱- مروری بر طرح های پیشین

منابع متعددی به طراحی ماتریس کواریانس در سال های اخیر پرداخته اند [۷-۱۲]. در رادارهای MIMO، سیگنال های ارسال از تمامی آنتن ها باهم ناهمبسته هستند، بنابراین ماتریس کواریانس سیگنال ارسال ماتریسی واحد می باشد [۱۵]. در رادارهای آرایه فازی، تمامی سیگنال های ارسال کاملاً همبسته بوده و ماتریس کواریانس سیگنال ارسال ماتریس تمام یک می باشد. این نوع رادار بهترین عملکرد را در بین تمامی رادارهای موجود از نظر نسبت

<sup>Y</sup> Binary phase-shift keying

MIMO همبسته پیشنهاد می دهیم. این طرح پیشنهادی دارای الگوی پرتو دریافت بسیار نزدیک به طرح  $R_{2x}$  بوده با این تفاوت که دارای مزایای کاربردی زیادی از جمله سادگی پیاده سازی می باشد. همچنین طرح پیشنهادی عملکردی مشابه رادار MIMO کاملا ناهمبسته در تشخیص تعداد اهداف داشته و از این نظر بهتر از طرح  $R_{2x}$  می باشد.

ماتریس کواریانس پیشنهادی را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$R_p = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} AA^H \right) \quad (15)$$

که  $A$  یک ماتریس با ابعاد  $M_t \times 2$  است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$A = [a_T(\theta_1), a_T(-\theta_1)] \quad (16)$$

که  $\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{1}{M_t} \right)$  می باشد. با ساختار فوق برای ماتریس کواریانس پیشنهادی،  $\sin \left( \frac{\pi}{2} R_p \right)$  قطعاً نیمه معین مثبت خواهد بود، زیرا  $AA^H$  همواره نیمه معین مثبت است. این ویژگی یک نکته کلیدی در طراحی ساختار ماتریس کواریانس پیشنهادی است، زیرا این طرح قابلیت پیاده سازی با استفاده از شکل موج های BPSK را دارد. این امر باعث می شود پیاده سازی نرم افزاری و سخت افزاری طرح پیشنهادی بسیار ساده تر از سایر روش ها باشد. ماتریس کواریانس پیشنهادی همانند  $R_{1x}$  و  $R_{2x}$  به صورت جزئی همبسته بوده، اما دارای ویژگی های بهتری نسبت به طرح های پیشین است. عبارت  $\frac{1}{2} AA^H$  می تواند با جایگذاری  $\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{1}{M_t} \right)$  به صورت زیر خلاصه شود:

$$\frac{1}{2} AA^H = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \cos \left( \frac{\pi(M_t-1)}{M_t} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos \left( \frac{\pi(M_t-1)}{M_t} \right) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

بنابراین،  $\sin^{-1} \left( \frac{1}{2} AA^H \right)$  به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\sin^{-1} \left( \frac{1}{2} AA^H \right) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} & \dots & \frac{\pi}{2} - \frac{\pi|M_t-1|}{M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi|M_t-1|}{M_t} & \dots & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

در نتیجه، ماتریس کواریانس پیشنهادی در (۱۵) می تواند به صورت معادل زیر بیان شود:

$$R_p = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 - \frac{2|M_t-1|}{M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 - \frac{2|M_t-1|}{M_t} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

در ادامه به برخی ویژگی های دیگر ماتریس کواریانس پیشنهادی می پردازیم.

نتیجه ۱: ماتریس کواریانس پیشنهادی ماتریسی معین مثبت است.

همچنین، در مرجع [۱۹]، ماتریس کواریانس با ساختار کوسینوسی به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$R_{2x} = \frac{1}{2} (a_T(\theta_1)a_T^H(\theta_1) + a_T(\theta_2)a_T^H(\theta_2)) \quad (12)$$

که بردار هدایت فرستنده و  $a_T(\theta_1)$  و  $a_T(\theta_2)$  دو بردار عمود بر هم در زوایای  $\theta_1 = \sin^{-1} \left( \frac{1}{M_t} \right)$  و  $\theta_2 = \sin^{-1} \left( \frac{-1}{M_t} \right)$  هستند. بنابراین، همانطور که در [۱۹] نشان داده شده است،  $(m, n)$ -امین عنصر از ماتریس کواریانس می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$R_{2x}(m, n) = \cos \left( \frac{\pi(m-n)}{M_t} \right) \quad (13)$$

الگوی پرتو دریافتی در طرح های مختلف اشاره شده (رادار آرایه فازی، رادار MIMO، رادار آرایه فازی MIMO و طرح  $R_{1x}$ ) در یک سیستم راداری با  $M_t = M_r = 10$  در شکل ۱ شبیه سازی شده است. ماتریس کواریانس رابطه (۱۳)، بهترین عملکرد را از نظر الگوی پرتو دریافتی در میان بقیه طرح های موجود دارد، به طوری که دارای نقاط پوچ (صفر) بسیار بیشتری در گلبگ فرعی است که باعث می شود توانایی بالایی در حذف منابع تداخلی در زوایای مختلف داشته باشد. همچنین الگوی پرتو دریافتی این طرح دارای گلبگ فرعی به مراتب پایین تری نسبت به سایر روش ها است. با وجود اینکه این طرح دارای مزایای زیادی است، اما یک عیب عمده دارد و آن این است که به علت اینکه  $\sin \left( \frac{\pi}{2} R_{2x} \right)$  همیشه معین مثبت نیست، بنابراین نمی توان از شکل موج های BPSK برای تحقق آن استفاده نمود. از سوی دیگر همانطور که در [۱۹] نشان داده شده است، مرتبه این ماتریس همیشه ۲ بوده، بنابراین افزایش آنتن های ارسال کمکی به سیستم راداری در تشخیص اهداف بیشتر نخواهد کرد. بنابراین پارامتر شناسایی هدف در این نوع رادار ضعیف تر از رادارهای MIMO و یا آرایه فازی MIMO است. با جایگذاری رابطه (۱۲) در رابطه (۸)، SINR بهینه بدون حضور تداخل به صورت زیر قابل بیان است [۱۹]:

$$SINR_{opt,2x} = \frac{2M_r}{\sigma_n^2} \left( \frac{1}{1 - \cos \left( \frac{\pi}{M_t} \right)} \right) \quad (14)$$

بنابراین با افزایش تعداد آنتن های ارسال، SINR خروجی افزایش خواهد یافت. با مقایسه نسبت سیگنال به نویز بعلاوه تداخل در طرح های مختلف می توان دریافت که  $SINR_{opt,ph} > SINR_{opt,ph-MIMO} > SINR_{opt,2x} > SINR_{opt,1x} > SINR_{opt,MIMO}$  [۱۹]

#### ۴- طراحی ماتریس کواریانس پیشنهادی

در این بخش، ساختار جدیدی را برای ماتریس کواریانس رادار

### ۵- شبیه سازی اثبات: با استفاده از بسط تیلور، ماتریس کواریانس پیشنهادی

در (۱۵) می‌تواند به صورت زیر بسط داده شود:

(۲۰)

$$R_p = \frac{2}{\pi} \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} AA^H \right) = \frac{2}{\pi} \left( \left( \frac{1}{2} AA^H \right) + \frac{1}{6} \left( \frac{1}{2} AA^H \right)^3 + \frac{3}{40} \left( \frac{1}{2} AA^H \right)^5 + \frac{5}{112} \left( \frac{1}{2} AA^H \right)^7 + \dots \right)$$

که  $(\cdot)^n$  بیانگر توان  $n$ -ام عنصر به عنصر یک ماتریس است. مولفه  $\left( \frac{1}{2} AA^H \right)^n$  در (۱۷) بدست آمده است. بنابراین،  $\left( \frac{1}{2} AA^H \right)^n$  با ابعاد  $M_t \times M_t$  می‌تواند به صورت زیر بدست آید:

$$\left( \frac{1}{2} AA^H \right)^n = \begin{bmatrix} 1 & \dots & \cos^n \left( \frac{\pi(M_t-1)}{M_t} \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \cos^n \left( \frac{\pi(M_t-1)}{M_t} \right) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

که به ازای  $n \leq M_t - 1$  دارای مرتبه  $n + 1$  است و همچنین برای  $n \geq M_t$  دارای مرتبه کامل  $M_t$  می‌باشد. بنابراین مولفه  $\left( \frac{1}{2} AA^H \right)^n$  به ازای  $n \leq M_t - 1$  نیمه معین مثبت و به ازای  $n \geq M_t$  معین مثبت خواهد بود. از آنجایی که مجموع ماتریس‌های نیمه معین مثبت با ماتریس‌های معین مثبت قطعاً معین مثبت است، بنابراین ماتریس کواریانس پیشنهادی معین مثبت می‌باشد.

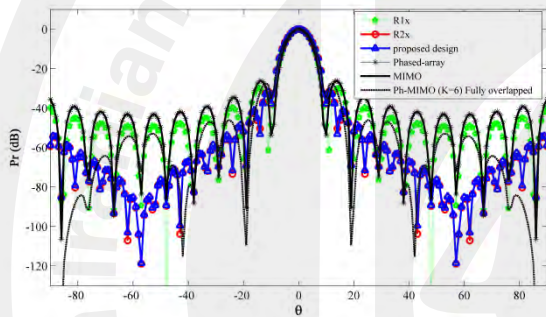
نتیجه ۲: ماتریس کواریانس پیشنهادی مرتبه کامل  $M_t$  می‌باشد.

اثبات: مطابق نتیجه ۱، ماتریس کواریانس پیشنهادی معین مثبت بوده و هر ماتریس معین مثبتی دارای مرتبه کامل می‌باشد. بنابراین ماتریس کواریانس پیشنهادی با ابعاد  $M_t \times M_t$  دارای مرتبه  $M_t$  می‌باشد.

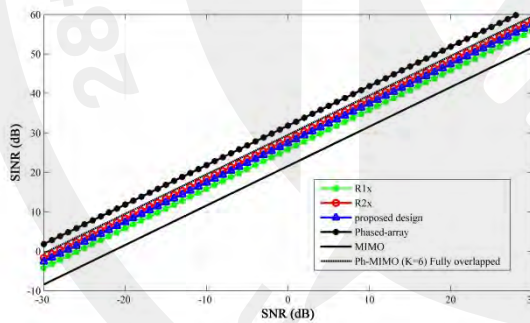
### ۴-۱- مزایای طرح پیشنهادی

نتیجه ۲ نشان می‌دهد که ماتریس کواریانس پیشنهادی، مشابه رادار MIMO، بیشترین توانایی را در تشخیص اهداف متمایز داراست. همچنین همانطور که نتایج شبیه‌سازی در قسمت بعد نشان می‌دهد، طرح پیشنهادی دارای گلبرگ فرعی مشابه طرح  $R_{2x}$  و بسیار پایین تر از سایر روش‌ها بوده و با داشتن تعداد زیادی نقطه صفر در گلبرگ فرعی، توانایی بالایی در حذف منابع تداخلی مجاور دارا است. همانطور که رابطه (۱۵) نشان می‌دهد،  $\sin \left( \frac{\pi}{2} R_{2x} \right)$  معین مثبت بوده و در نتیجه برخلاف طرح  $R_{2x}$  که با شکل موج‌های ساده BPSK قابل تحقق نیستند، طرح پیشنهادی به راحتی با این شکل موج‌ها قابل پیاده‌سازی بوده که هزینه این نوع رادار را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد.

در این بخش، عملکرد طرح‌های مختلف ماتریس کواریانس شبیه سازی شده است. فرض کنید برای  $R_{1x}$  مقدار  $\gamma = 0.5$  انتخاب شده و مقدار نسبت توان تداخل به نویز برابر 30 dB باشد. در شبیه سازی اول، یک رادار چند آنتنی با  $M_t = 12$  آنتن ارسال و  $M_r = 12$  آنتن دریافت را در نظر بگیرید که تمامی آنتن‌ها با فاصله نصف طول موج در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. همچنین رادار آرایه فازی MIMO با همین تعداد آنتن ارسال و دریافت را در نظر بگیرید که دارای  $K = 6$  زیر آرایه کاملاً همپوشان است [۱۲]. الگوی پرتو دریافتی رادار MIMO، آرایه فازی، آرایه فازی MIMO، رادار MIMO همبسته با ماتریس کواریانس  $R_{1x}$ ،  $R_{2x}$  و همچنین طرح پیشنهادی در شکل ۲ رسم شده است.



شکل ۲: مقایسه الگوی پرتو دریافتی به ازای طرح‌های مختلف ماتریس کواریانس



شکل ۳: مقایسه SINR مثال ۱ در طرح‌های رادار آرایه فازی، رادار MIMO، رادار

آرایه فازی MIMO به ازای  $K = 6$  و  $M_t = M_r = 12$ ، همچنین پارامتر  $\gamma = 0.5$  برای  $R_{1x}$

همانطور که در این شکل پیداست، ماتریس کواریانس طرح پیشنهادی سطح گلبرگ فرعی به مراتب کمتری نسبت به سایر روش‌ها داشته و عملکرد آن از این نظر بسیار شبیه به رادار  $R_{2x}$  است. ضمن اینکه هزینه پیاده‌سازی آن تنها با یک نوع تولید کننده شکل موج (BPSK) به مراتب پایین تر از طرح MIMO و  $R_{2x}$  می‌باشد. در شکل ۳، عملکرد SINR طرح‌های مختلف، برای دو منبع تداخلی که در زوایای 10 درجه و -30 درجه قرار گرفته‌اند، شبیه-

- [10] P. Stoica, J. Li, and X. Zhu, "Waveform synthesis for diversity-based transmit beampattern design," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 56, no. 6, pp. 2593–2598, Jun. 2008.
- [11] B. Friedlander, "On transmit beamforming for MIMO radar," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 48, no. 4, pp. 3376–3388, Oct. 2012.
- [12] X. Zhang, Z. He, L. Rayman-Bacchus, and J. Yan, "MIMO radar transmit beampattern matching design," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 63, no. 8, pp. 2049–2056, Apr. 2015.
- [13] S. Ahmed, J. Thompson, B. Mulgrew, "Finite alphabet constant envelope waveform design for MIMO radar beampattern", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 11, pp. 5326–5337, 2011.
- [14] J. Li, P. Stoica, L. Xu, and W. Roberts, "On parameter identifiability of mimo radar," *IEEE Signal Processing Letter*, vol. 14, no. 12, pp. 968–971, Dec. 2007.
- [15] A. Hassanien, S. A. Vorobyov, "Phased-MIMO radar: a tradeoff between phased-array and mimo radars," *IEEE Trans. Signal processing*, vol. 58, no. 6, pp. 3137–3151, Jun. 2010.
- [16] K. Milne, "Phased arrays in radar," in *Proc. IEE Tutorial Meet. Phased array radar*, London, U.K., Sep. 1989, pp. 2/1-2/30.
- [17] T. D. Backes, "Parameter identifiability in a phased-subarray MIMO radar", *IEEE Aerospace conference*, USA. 2014.
- [18] D. R. Fuhrmann and J. S. Antonio, "Transmit beamforming for MIMO radar systems using signal cross-correlation," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 44, no. 1, pp. 171–185, Jan. 2008.
- [19] S. Ahmed, M. Alouini, "MIMO radar waveform covariance matrix for high SINR and low side-lobe levels", *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 8, pp. 2056–2065, Apr. 2014.
- [20] P. Stoica, J. Li, and Y. Xie, "On probing signal design for MIMO radar," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 8, pp. 4151–4161, Aug. 2007.

سازی شده است. مطابق نتایج شبیه سازی در این شکل، SINR طرح پیشنهادی تنها حدود 0.9 dB پایین تر از SINR طرح  $R_{2x}$  است. برای حالتی که تداخلی وجود ندارد، این فاصله به 0.81 dB کاهش می یابد. در واقع این تنها هزینه ای است که برای بدست آوردن مزایای طرح پیشنهادی باید پرداخت گردد.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، ماتریس کواریانس جدیدی برای سیگنال ارسالی پیشنهاد شده است که دارای سطح گلبرگ فرعی بسیار پایین تری نسبت به سایر روش ها بوده و همچنین نقاط صفر بسیار بیشتری را در گلبرگ فرعی الگوی پرتو دریافتی تجربه خواهد کرد. علاوه بر این، شکل موج BPSK، که دارای دامنه ثابت است، می تواند به فرم بسته برای تحقق ماتریس کواریانس پیشنهادی مورد استفاده قرار گیرد. بنابراین، دیگر نیازی به استفاده از چندین تقویت کننده رادیویی در فرستنده نمی باشد که این موضوع باعث کاهش بسیار زیاد هزینه پیاده سازی خواهد شد. این موضوع در ماتریس کواریانس رادار آرایه فازی MIMO و همچنین طرح  $R_{2x}$  صادق نیست. علاوه بر این، ماتریس کواریانس پیشنهادی دارای مرتبه کامل بوده که نشان می دهد طرح پیشنهادی در تشخیص بیشترین تعداد اهداف متمایز، توانایی مشابهی با رادار MIMO دارد.

## مراجع

- [1] M. I. Skolnik, *Introduction to radar systems*, 3<sup>rd</sup> ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [2] J. Li, and P. Stoica, *MIMO Radar Signal Processing*, Wiley-IEEE Press, 2008.
- [3] N. Levanon and E. Mozeson, *Radar Signals*, Wiley Interscience, Hoboken, NJ, 2004.
- [4] E. Fishler, A. Haimovich, R. Blum, D. Chizhik, L. Cimini, and R. Valenzuela, "MIMO radar: An idea whose time has come," in *Proc. IEEE Radar Conf.*, Philadelphia, PA, USA, Apr. 2004, vol. 2, pp. 71–78.
- [5] A. Haimovich, R. Blum, and L. Cimini, "MIMO radar with widely separated antennas," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 25, pp. 116–129, 2008.
- [6] J. Li and P. Stoica, "MIMO radar with colocated antennas," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 24, pp. 106–114, Sep. 2007.
- [7] S. Imani, M. M. Nayebi, S. A. Ghorashi, "Colocated MIMO Radar SINR Maximization Under ISL and PSL Constraints", *Signal Processing Letters IEEE*, vol. 25, no. 3, pp. 422–426, 2018.
- [8] Z. Cheng, Z. He, B. Liao, M. Fang, "MIMO Radar Waveform Design With PAPR and Similarity Constraints", *Signal Processing IEEE Transactions on*, vol. 66, no. 4, pp. 968–981, 2018.
- [9] W. Fan, J. Liang, J. Li, "Constant Modulus MIMO Radar Waveform Design With Minimum Peak Sidelobe Transmit Beampattern", *Signal Processing IEEE Transactions on*, vol. 66, no. 16, pp. 4207–4222, 2018.